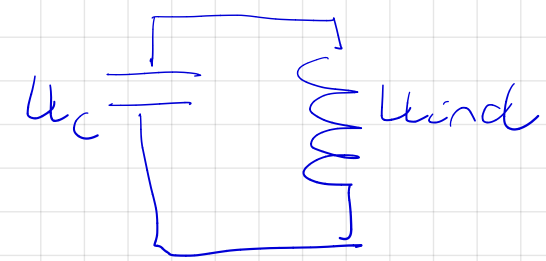
Die Thomsonsche Schwingungsgleichung

Frage: Von welchen Faktoren hängt die Schwingungsdauer beim Schwingkreis ab?

Vermutung: Sie hängt von L u. C ab.

Herleitung:

Ansatz: $U_C = U_{ind}$



$$\frac{Q}{C} = -L \cdot \dot{I}$$

mit $I = \dot{Q}$

$\Rightarrow \dot{I} = \ddot{Q}$

$$\Rightarrow \frac{Q}{C} = -L \cdot \ddot{Q}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{Q} = -\frac{1}{LC} \cdot Q$$

(eine Differentialgleichung 😍)

gesucht: Funktion $Q(t)$, deren zweite Ableitung bis auf einen Vorfaktor der Funktion selber entspricht ..... (grübel, grübel) $\longrightarrow$ Ah! Die Sinusfunktion !!!!

Ansatz: $Q(t) = \hat{Q} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$\dot{Q}(t) = \omega \cdot \hat{Q} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

$\ddot{Q}(t) = -\omega^2 \cdot \hat{Q} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Einsetzen: $-\omega^2 \hat{Q} \cdot \sin(\omega t) = -\frac{1}{L \cdot C} \cdot \hat{Q} \cdot \sin(\omega t)$

$$\Leftrightarrow -\omega^2 \hat{Q} = -\frac{1}{L \cdot C} \hat{Q}$$

$$\Leftrightarrow \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$\Leftrightarrow \quad \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Mit $\omega = 2\pi f$

$$\Rightarrow \quad 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$\Leftrightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Das ist die Thomsonsche Schwingungsgleichung. Mit ihr lässt sich bei gegebener Kapazität des Kondensators und gegebener Induktivität der Spule die Schwingungsdauer berechnen.

bzw. $f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$