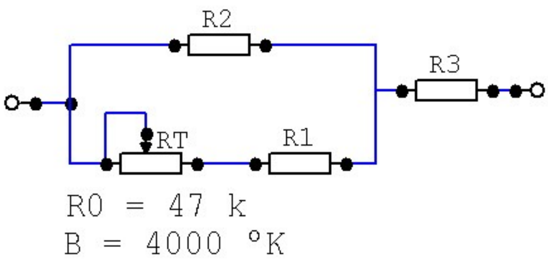
1. El circuito de la figura es un linealizador de la resistencia de un termistor mediante la colocación de una resistencia R_1 en serie con el termistor, otra resistencia R_2 en paralelo con el conjunto y una resistencia adiconal R_3. Se pide:
   a) Determinar las expresiones de R_1, R_2 y R_3 para conseguir la linealización de la resistencia equivalente en torno a una temperatura central t_C, con las condiciones adicionales de presentar una resistencia R_a a la temperatura t_C y que la sensibilidad sea **-S** Ω/ºC a la temperatura $\mathbf{t_C}$.
   b) Diseñar el circuito para conseguir la linealización en torno a 25 ºC, de forma que la resistencia equivalente del conjunto se comporte según la expresión lineal aproximada. $R_{eq}(\Omega) \approx 20000 - 100 \cdot (t - 25)$.



R1	$R_1 = \dfrac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}} - R_{T_C} + 2\sqrt{S}\,\dfrac{R'_{T_C}\sqrt{-R'_{T_C}}}{R''_{T_C}}$	**1 punto**
R2	$R_2 = -2\sqrt{S}\left(\dfrac{R'_{T_C}\sqrt{-R'_{T_C}}}{R''_{T_C}}\right)$	**0,75 puntos**
R3	$R_3 = R_a - \dfrac{R_2 \cdot (R_1 + R_{T_C})}{R_2 + R_1 + R_{T_C}}$	**0,25 puntos**
R1 (Ω)	17.025 **Ω**	**0,25 puntos**
R2 (Ω)	17.780 **Ω**	**0,15 puntos**
R3 (Ω)	6.084 **Ω**	**0,10 puntos**

Solución:

$$R_{eq} = R_3 + \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_T)}{R_2 + R_1 + R_T}$$

$$R'_{eq} = R_2 \frac{R'_T(R_2 + R_1 + R_T) - (R_1 + R_T)R'_T}{(R_2 + R_1 + R_T)^2} = R_2^2 \frac{R'_T}{(R_2 + R_1 + R_T)^2}$$

$$R''_{eq} = R_2^2 \frac{R''_T(R_2 + R_1 + R_T)^2 - R'_T 2(R_2 + R_1 + R_T)R'_T}{(R_2 + R_1 + R_T)^4} = R_2^2 \frac{R''_T(R_2 + R_1 + R_T)^2 - 2R'^{\,2}_T(R_2 + R_1 + R_T)}{(R_2 + R_1 + R_T)^4}$$

Condiciones de la linealización:

$$R_{eq}(t_c) = R_3 + \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_{T_C})}{R_2 + R_1 + R_{T_C}} = R_a$$

$$R'_{eq}(t_c) = R_2^2 \frac{R'_{T_C}}{(R_2 + R_1 + R_{T_C})^2} = -S$$

$$R''_{eq}(t_c) = R_2^2 \frac{R''_{T_C}(R_2 + R_1 + R_{T_C})^2 - 2R'^{\,2}_{T_C}(R_2 + R_1 + R_{T_C})}{(R_2 + R_1 + R_{T_C})^4} = 0$$

Desarrollando

$$R''_{T_C}(R_2 + R_1 + R_{T_C}) = 2R'^{\,2}_{T_C} \quad ; \quad (R_2 + R_1 + R_{T_C}) = \frac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}}$$

$$R_2^2 \frac{R'_{T_C}}{\left(\frac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}}\right)^2} = -S \quad ; \quad R_2^2 = -S\frac{\left(\frac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}}\right)^2}{R'_{T_C}} = \mp 4S\left(\frac{R'^{\,3}_{T_C}}{R''^{\,2}_{T_C}}\right) \quad ; \quad R_2 = \pm 2\sqrt{S}\left(\frac{R'_{T_C}\sqrt{-R'_{T_C}}}{R''_{T_C}}\right)$$

De las dos soluciones sólo es válida una:

$$R_2 = -2\sqrt{S}\left(\frac{R'_{T_C}\sqrt{-R'_{T_C}}}{R''_{T_C}}\right)$$

$$R_2 + R_1 + R_{T_C} = \frac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}} \quad ; \quad R_1 = \frac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}} - R_{T_C} - R_2 \quad ; \quad R_1 = \frac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}} - R_{T_C} + 2\sqrt{S}\frac{R'_{T_C}\sqrt{-R'_{T_C}}}{R''_{T_C}}$$

$$R_1 = \frac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}} - R_{T_C} + 2\sqrt{S}\frac{R'_{T_C}\sqrt{-R'_{T_C}}}{R''_{T_C}}$$

$$R_3 = R_a - \frac{R_2 \cdot \left(R_1 + R_{T_C}\right)}{R_2 + R_1 + R_{T_C}}$$

Valores del termistor:

$$R_{T_C} = R_0 = 47000\,\Omega$$

$$R'_{T_C} = -\beta\frac{R_{T_C}}{T^2} = -4000 \cdot \frac{47000}{298^2} = -2117\,\frac{\Omega}{^\circ\mathrm{C}}$$

$$R''_{T_C} = -\beta\left.\frac{R'_T T^2 - R_T 2T}{T^4}\right|_{T_C} = -\beta\left.\frac{-\beta\frac{R_T}{T^2}T^2 - R_T 2T}{T^4}\right|_{T_C} = \beta\left.\frac{\beta R_T + R_T 2T}{T^4}\right|_{T_C}$$

$$R''_{T_C} = \beta\frac{\beta + 2T_C}{T_C^4}R_{T_C} = 4000\frac{4000 + 2\cdot 298}{298^4}47000 = 109{,}57\,\frac{\Omega}{^\circ C^2}$$

Sustituyendo:

$$R_2 = -2\sqrt{S}\left(\frac{R'_{T_C}\sqrt{-R'_{T_C}}}{R''_{T_C}}\right) = -2\sqrt{100}\left(\frac{-2117\sqrt{2117}}{109{,}57}\right) = 17780\,\Omega$$

$$R_1 = \frac{2R'^{\,2}_{T_C}}{R''_{T_C}} - R_{T_C} - R_2 = \frac{2\cdot 2117^2}{109{,}57} - 47000 - 17780 = 17025\,\Omega$$

$$R_3 = R_a - \frac{R_2 \cdot \left(R_1 + R_{T_C}\right)}{R_2 + R_1 + R_{T_C}} = 20000 - \frac{17780\cdot(17025 + 47000)}{17780 + 17025 + 47000} = 6084\,\Omega$$