**Proprietà geometriche dell’iperbole equilatera**

L’iperbole equilatera gode della seguente proprietà:

*1) Sia P un punto dell’iperbole equilatera. Al variare di P, l’area del triangolo delimitato dalla retta tangente all’iperbole in P e dagli asintoti è costante.*

**

Dimostrazione

Sia *P* (x0, y0)  un generico punto dell’iperbole di equazione *xy = k.* Ricaviamo l’equazione della retta *t* tangente all’iperbole in *P* utilizzando la legge dello sdoppiamento:

                          da cui,                

Poiché *P* appartiene all’iperbole, $y\_{0}=\frac{k}{x\_{0}} $, quindi sostituendo si ha l’equazione di *t* :

Determiniamo ora i punti *A* e *B* di intersezione di *t* con gli assi cartesiani:

A: $\left\{\begin{matrix}x=0\\y=\frac{2k}{x\_{0}}\end{matrix}\right.$                 B:$\left\{\begin{matrix}y=0\\x=\frac{x\_{0}^{2}}{k}∙\frac{2k}{x^{0}}=2x\_{0}\end{matrix}\right.$            quindi

A$(0,\frac{2k}{x\_{0}}$)   , B( 2x0, 0)

L’area di *AOB*, che è rettangolo in *O,* risulta quindi:

*Area AOB =*  

Si noti che *P* è il punto medio del segmento di estremi *A* e *B*

Pertanto non dipende da *P*.

Più in generale, si potrebbe dimostrare che:

*L’area di un triangolo delimitato dal centro dell’iperbole e dai punti di intersezione della tangente all’iperbole in un suo punto P e gli asintoti è uguale al prodotto dei semiassi*

Analogamente si può facilmente dimostrare che:

2) *Ogni rettangolo avente per vertici un punto P dell’iperbole equilatera, le proiezioni di P sugli assi e l’origine ha area uguale a*  $\left|k\right|$*.*

*3) La tangente a un’iperbole in un suo punto P taglia gli asintoti in due punti equidistanti da P*