Esercizio relativo al calcolo delle tangenti ad una circonferenza

* Scrivere le equazioni delle tangenti alla circonferenza di equazione x2+y2+2x+2y-18=0 condotte dal punto P(1,5). Determinare poi i punti di contatto.

Dopo aver verificato, analiticamente oppure per via grafica ([vedi grafico](file:///C%3A%5CUsers%5CHTPC%5CDesktop%5CPiattaforma%5Ctangenti%20da%20un%20punto%20ad%20una%20circonferenza.ggb) )che il punto P è esterno alla circonferenza, scriviamo l’equazione della generica retta passante per P (1,5):

y-5=m(x-1)

Per determinare i coefficienti angolari m delle due tangenti procediamo con uno dei due metodi.

Primo metodo

Poniamo a sistema l’ equazione della retta per P(1,5) con l’equazione della circonferenza data : $\left\{\begin{array}{c}y-5=m(x-1)\\x^{2}+y^{2}+2x+2y-18=0\end{array}\right.$

Eliminando y tra le due equazioni otteniamo **l’equazione risolvente** del sistema, nell’incognita x: (1+m2)x2-2(m2-6m-1)x+m2-12m+17=0

Osserviamo che i coefficienti di tale equazione sono funzioni del parametro m. Affinché la retta per P sia tangente alla circonferenza questa equazione deve avere due soluzioni coincidenti, ossia il suo discriminante deve essere nullo: $∆=0$

Avremo così : $∆=0$ $\rightarrow $ $\frac{∆}{4}=0$ $\rightarrow $ (m2-6m-1)2-(1+m2)(m2-12m+17)=0 $\rightarrow $ 2m2+3m-2=0 $\rightarrow $ m1=-2 e m2=$\frac{1}{2}$

Secondo metodo

La circonferenza data ha il centro C(-1, -1) e raggio r=$2\sqrt{5}$ . La generica retta per P (1,5) ha la seguente equazione in forma implicita mx-y+5-m=0.

Affinché questa retta sia tangente alla circonferenza la distanza tra il centro ed essa deve essere uguale al raggio r=$2\sqrt{5}$. Applicando la formula della distanza tra un punto e una retta avremo:

$\frac{\left|m\left(-1\right)-\left(-1\right)+5-m\right|}{\sqrt{m^{2}+\left(-1\right)^{2}}}=2\sqrt{5}$ $\rightarrow $ $\left|6-2m\right|=2\sqrt{5}∙\sqrt{m^{2}+1}$ $\rightarrow $ $\left(\left|6-2m\right|\right)^{2}= \left(2\sqrt{5}∙\sqrt{m^{2}+1}\right)^{2}$ $\rightarrow $ 36-24m+4m2=20m2+20 $\rightarrow $ 2m2+3m-2=0 $\rightarrow $ m1=-2 e m2=$\frac{1}{2}$

Dopo aver calcolato con uno dei due metodi i coefficienti angolari delle due rette possiamo concludere che le equazioni delle rette tangenti sono: y=-2x+7 (prima tangente) e y=$-\frac{1}{2}$x+$\frac{9}{2}$ (seconda tangente)

Determiniamo ora il punto di tangenza tra la circonferenza e la prima retta tangente risolvendo il sistema $\left\{\begin{matrix}y=-2x+7\\x^{2}+y^{2}+2x+2y-18=0\end{matrix}\right.$ $\rightarrow $ $\left\{\begin{matrix}x\_{1}=x\_{2}=3\\y\_{1}=y\_{2}=1\end{matrix}\right.$

Il primo punto di tangenza è quindi di coordinate (3, 1)

Procedendo in modo analogo, potremo verificare che il punto di contatto tra la circonferenza e la seconda retta tangente è il punto di coordinate ( -3, 3)