Tutoriel Mathematica – Quelques applications

Pour cette dernière partie de théorie sur Mathematica, nous traiterons principalement du calcul différentiel et intégral ainsi que de la résolution de systèmes d'équations linéaires.

Calcul de dérivées

Dans vos cours de calculs vous avez tous fait les calculs de dérivées en utilisant la définition, c'est-à-dire avec les limites. Vous verrez plus tard (si ce n'est déjà fait) des techniques permettant d'accélérer le travail. Cependant, même avec ces méthodes, il peut arriver que les dérivées prennent un temps fou à calculer. Mathematica pour sa part permettra de vous rendre la vie beaucoup plus facile.

La syntaxe de base pour effectuer la dérivée n^e en Mathematica est la suivante :

D[*fonction_à_dériver*, {*variable, n*}]

Exemple

In[1] :=D[Sin[x],x]   La dérivée première de Sin[x]
Out[1] : Cos[x]

In[2] :=D[x^7-3x^3-7,{x,3}]   La dérivée troisième de x^7-3x^3-7
Out[2] : -18+210x^4

Une autre façon de trouver la derive d'une function consiste à définir la fonction (par exemple *f*) et d'utiliser les notations f', f'', f''', ….

Exemple

In[3] :=f[x_] :=x^{12}+13x^9

In[4] := {f'[x], f''[x], f'''[x]}   Les 3 premières dérivées de f[x]. Ici on demande la réponse sous forme de liste.
Out[4] : {12x^{11} + 117x^8, 132x^{10} + 936x^7, 1320x^9 + 6552x^6} Les trois dérivées sous forme de liste.

Calcul d'intégrales

La suite du cours de calcul différentiel que vous êtes probablement en train de faire est le cours de calcul intégral. Après avoir maîtrisé les diverses techniques de dérivation vous aurez la chance de découvrir ce qu'est une intégrale. Sans trop élaborer sur le sujet, disons seulement qu'une intégrale permet de prendre une dérivée de fonction et de retrouver la fonction de départ avant dérivation. On la note de la façon suivante :

$$f(x)=\int g(x)\,dx \text{ ou encore } f(x)=\int_a^b g(x)\,dx$$

La première représente un intégrale non-définie tandis que l'autre représente une intégrale définie sur un intervalle]*a*,*b*[.

On se souvient que sur une courbe, la pente de la tangente en un point représente la dérivée en ce point. Dans le cas d'une intégrale, le fait d'intégrer une fonction nous donne l'aire sous la courbe de celle-ci et lorsque nous avons une intégrale définie, on trouvera l'aire de la surface sous la courbe dans l'intervalle]*a*,*b*[.

Avec Mathematica, pour utiliser l'intégrale nous pouvons utiliser les fonctions suivantes :

Integrate[*fonction_à_intégrer*, *variable*] ou encore **Integrate**[*fonction_à_intégrer*, {*variable*, *a*, *b*}]

Exemple

In[1] :=D[x^7-3x^3,x]   La dérivée première de x^7-3x^3
Out[2] : $7x^6-9x^2$

In[1] :=Integrate[$7x^6$-9x^2,x]   L'intégrale de $7x^6-9x^2$
Out[2] : x^7-3x^3

In[1] :=Integrate[$7x^6$-9x^2,{x,2,9}]   L'intégrale de $7x^6-9x^2$ sur l'intervalle]2, 9[
Out[2] : 4780678

Les systèmes d'équations linéaires

Supposons que nous ayons les équations suivantes :

$$2x+3y-4z=12$$
$$5x-12y+6z=-32$$
$$7x+19y-12z=78$$

Si nous voulons trouver les valeurs de *x* , *y* et *z* qui satisfont aux trois équations nous pouvons nous servir de la fonction ***Solve*** de Mathematica.

Exemple

In[1] := Solve[{2x+3y-4z==12,5x-12y+6z==-32,7x+19y-12z==78}]
Out[2] : {{x→2,y→4,z→1}}

De façon générale, nous n'avons qu'à utiliser la commande suivante :

Solve[{Équation1, Équation2, Équation3, …}]

Il est à noter que les équations doivent être situées à l'intérieur des accolades et tous séparées par des virgules.

Médiagraphie

TORRENCE Bruce F. et TORRENCE Eve A., The Student's Introduction to Mathematica. A handbook for precalculus, calculus and linear algebra., Cambridge University Press, 1999