

Ayuda del GeoGebra 2.5

Markus Hohenwarter, www.geogebra.at
Liliana Saidon, versión en castellano

6 de abril de 2005

Índice general

Índice general	1
1. ¿Qué es GeoGebra?	4
2. Ejemplos	5
2.1. Triángulo con Angulos	5
2.2. Ecuación lineal $y = k x + d$	5
2.3. Centroide de tres puntos A, B, C	6
2.4. Dividir el segmento AB acorde a la relación de 7 : 3	6
2.5. Juego de ecuaciones lineales en dos variables	7
2.6. Tangente a una función de x	7
2.7. Exploración de funciones polinómicas	8
2.8. Integrales	8
3. Entrada Geométrica	10
3.1. Anotaciones Generales	10
3.1.1. Menú Contextual	10
3.1.2. Expone y Oculta	10
3.1.3. Trazo	11
3.1.4. Zoom	11
3.1.5. Relación entre Ejes	11
3.1.6. Protocolo de Construcción	11
3.1.7. Redefine	11
3.2. Modos	12
3.2.1. Modos Generales	12
3.2.2. Punto	13
3.2.3. Vector	14
3.2.4. Segmento	14
3.2.5. Semirrecta	14
3.2.6. Polígono	15
3.2.7. Recta	15
3.2.8. Sección Cónica	16
3.2.9. Arco y Sector	16

3.2.10. Número y Angulo	17
3.2.11. Locus - Lugar Geométrico	18
3.2.12. Transformaciones Geométricas	18
3.2.13. Texto	19
3.2.14. Imágenes	20
3.2.15. Propiedades de Imágenes	20
4. Entrada Algebraica	22
4.1. Anotaciones Generales	22
4.1.1. Modificación de valores	22
4.1.2. Animación	22
4.2. Ingreso Directo	23
4.2.1. Números y ángulos	23
4.2.2. Puntos y Vectores	24
4.2.3. Recta	24
4.2.4. Sección Cónica	24
4.2.5. Función de x	25
4.2.6. Operaciones Aritméticas	25
4.3. Comandos	26
4.3.1. Comandos Generales	26
4.3.2. Número	27
4.3.3. Angulo	28
4.3.4. Punto	29
4.3.5. Vector	31
4.3.6. Segmento	31
4.3.7. Semirrecta	32
4.3.8. Polígono	32
4.3.9. Recta	32
4.3.10. Sección Cónica	34
4.3.11. Función	34
4.3.12. Arco y Sector	35
4.3.13. Imagen	36
4.3.14. Lugar Geométrico - Locus	36
4.3.15. Transformaciones Geométricas	36
5. Imprimiendo y Exportando desde GeoGebra	39
5.1. Imprimiendo	39
5.1.1. Zona Gráfica	39
5.1.2. Protocolo de Construcción	39
5.2. Zona Gráfica como Dibujo	39
5.3. Zona Gráfica al Portapapeles	40
5.4. Protocolo de Construcción como Página Web	40
5.5. Planilla Dinámica como Página Web	41

6. Opciones	42
6.1. Captación de Puntos	42
6.2. Unidad Angular	42
6.3. Posiciones Decimales	42
6.4. Estilo Puntual	42
6.5. Gráficos	42
6.6. Medida Tipográfica	43
6.7. Idioma	43
6.8. Zona Gráfica	43
Índice alfabético	44

Capítulo 1

¿Qué es GeoGebra?

GeoGebra es un software de matemática que reúne geometría, álgebra y cálculo. Lo ha desarrollado Markus Hohenwarter en la Universidad de Salzburgo para la enseñanza de matemática escolar.

Por un lado, GeoGebra es un sistema de geometría dinámica. Permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente.

Por otra parte, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente. Así, GeoGebra tiene la potencia de manejarse con variables vinculadas a números, vectores y puntos; permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, como Raíces o Extremos.

Estas dos perspectivas caracterizan a GeoGebra: una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto en la ventana geométrica y viceversa.

Capítulo 2

Ejemplos

Para tener una impresión general de las posibilidades de GeoGebra revisaremos algunos ejemplos.

2.1. Triángulo con Angulos

- Para empezar, hay que elegir el modo *Nuevo punto* (ver 3.2) en la barra de herramientas y dar “clic” tres veces en el área gráfica para crear los tres vértices A, B y C del triángulo.
- Se pasa a elegir el modo *Polígono* y a dar “clic” sobre los puntos A, B, C y, nuevamente, sobre A para crear el triángulo P. En la ventana algebraica, se expondrá el área del triángulo.
- Para pasar a los ángulos de nuestro triángulo, hay que elegir el modo *Angulo* en la barra de herramientas y dar clic sobre el triángulo.

Ahora, se pasa a elegir el modo *Desplaza* y se arrastran los vértices para cambiar dinámicamente al triángulo. Si no se precisa la ventana algebraica y/o el eje de coordenadas, pueden ocultarse apelando al menú *Vista*.

2.2. Ecuación lineal $y = k x + d$

Nos concentraremos en el significado de k y d en la ecuación lineal $y = k x + d$ probando diferentes valores para k y d. Para hacerlo, anotaremos las siguientes líneas como entrada en el campo de texto que aparece al pie de la pantalla (pulsando Enter al finalizar cada línea).

$$k = 1$$

$$d = 2$$

$$y = k x + d$$

Ahora podemos cambiar k y d en la ventana algebraica (“clic” derecho: “Edita”) o en la entrada del campo de texto.

```

k = 2
k = -3
d = 0
d = -1

```

Es muy simple modificar k y d empleando las teclas flecha (animación, 4.1.2) o los diales "deslizadores" (clic derecho sobre k o d , Expone Objeto; ver 3.2.10).

De forma similar podríamos investigar la ecuación de secciones cónicas como $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ o $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$.

2.3. Centroide de tres puntos A, B, C

Vamos ahora, a construir el centroide de tres puntos ingresando las siguientes líneas como entradas en el campo de texto (pulsando Enter al finalizar cada línea). Por supuesto, también se puede emplear el mouse para realizar esta construcción usando los correspondientes modos (ver 3.2) en la barra de herramientas

```

A = (-2, 1)
B = (5, 0)
C = (0, 5)
M_a = PuntoMedio[B, C]
M_b = PuntoMedio[A, C]
s_a = Recta[A, M_a]
s_b = Recta[B, M_b]
S = Intersección[s_a, s_b]

```

La alternativa sería calcular el centroide directamente como:

```
S1 = (A + B + C) / 3
```

y comparar ambos resultados usando el comando

```
Relación[S, S1]
```

A continuación, exploramos si $S = S1$ es cierto para otras posiciones de A, B, C también. Lo hacemos, eligiendo, con el mouse, el modo desplazamiento (botón en el extremo izquierdo de la barra de herramientas) y arrastrando uno de los puntos.

2.4. Dividir el segmento AB acorde a la relación de 7 : 3

Como GeoGebra nos permite operar con vectores, la tarea es simple.

$$\begin{aligned} A &= (-2, 1) \\ B &= (3, 3) \\ T &= A + 7/10 (B - A) \end{aligned}$$

Otro modo de hacerlo, podría ser...

$$\begin{aligned} A &= (-2, 1) \\ B &= (3, 3) \\ v &= \text{Vector}[A, B] \\ T &= A + 7/10 v \end{aligned}$$

En la siguiente etapa podremos introducir un número t (por ejemplo, usando un dial "deslizador", 3.2.10) y redefinir el punto T como $T = A + t v$ (ver 3.1.7). Al cambiar t puede verse T desplazándose a lo largo de la línea recta.

Esta recta podría ingresarse ahora paramétricamente (ver 4.2.3):

$$g: X = T + s v$$

2.5. Juego de ecuaciones lineales en dos variables

Dos ecuaciones lineales en x e y pueden representarse como dos rectas. La solución algebraica es la del punto de intersección de las rectas.

$$\begin{aligned} g &: 3x + 4y = 12 \\ h &: y = 2x - 8 \\ S &= \text{Intersección}[g, h] \end{aligned}$$

Se puede modificar tanto la ecuación (clic derecho, edita) como desplazar o rotar la recta con el mouse (*Desplaza*, 3.2.1; *Rota*, 3.2.1)

2.6. Tangente a una función de x

GeoGebra ofrece un comando para la tangente a una función $f(x)$ en $x=a$.

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ f(x) &= 2 \sin(x) \\ t &= \text{Tangente}[a, f] \end{aligned}$$

Al animar a (ver 4.1.2) la tangente se desplaza por el gráfico de f .

Otro modo de hacerlo podría ser...

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ f(x) &= 2 \sin(x) \\ T &= (a, f(a)) \\ t &: X = T + s (1, f'(a)) \end{aligned}$$

Además, ubicamos el punto T en el gráfico de f. La tangente t está expresada en forma paramétrica. Incluso, también podemos trazar la tangente de una función, geoméricamente:

- Elegimos el modo *Nuevo punto* (ver 3.2) y damos clic.^{en} el gráfico de la función f.
- Elegimos el modo *Tangentes* y damos clic en la función f y luego en el punto creado previamente.

Ahora, hay que elegir el modo *Desplazamiento* y arrastrar el punto a lo largo de la función con el mouse. La tangente, también se modifica dinámicamente.

2.7. Exploración de funciones polinómicas

Con GeoGebra podemos explorar raíces, extremos locales y puntos de inflexión de funciones polinómicas.

```
f(x) = x^3 - 3 x^2 + 1
N = Raíz[f]
E = Extremo[f]
W = PuntoInflexión[f]
```

En el modo *Desplazamiento* podemos arrastrar la función f con el mouse. En este contexto, las primeras dos derivadas de f son también interesantes.

```
Derivada[f]
Derivada[f, 2]
```

2.8. Integrales

Introducir integrales GeoGebra ofrece la posibilidad de visualizar como rectángulos, las sumas inferior y superior de una función.

```
f(x) = x^2/4 + 2
a = 0
b = 2
n = 5
L = SumaInferior[f, a, b, n]
U = SumaSuperior[f, a, b, n]
```

Cambiando a, b o n (animación, ver 4.1.2); deslizador, 3.2.10) se puede evidenciar la influencia de estos parámetros. Para el incremento de n se podría seleccionar 1 (dando clic con el botón derecho sobre n, propiedades).

La integral definida se puede exponer como se ve a continuación:

`Integral[f, a, b]`

La antiderivada F se crea usando:

`F = Integral[f]`

Capítulo 3

Entrada Geométrica

Ahora explicaremos cómo emplear el “mouse” en GeoGebra.

3.1. Anotaciones Generales

La ventana geométrica (a la derecha) expone puntos, vectores, segmentos, polígonos, funciones, rectas y secciones cónicas gráficamente. Cuando el mouse se desplaza sobre un objeto aparece su descripción. La ventana geométrica se denominará *zona gráfica* en ocasiones.

Hay varios modos de anunciar a GeoGebra cómo reaccionar a cada entrada del mouse (punto nuevo, intersección, circunferencia por tres puntos, ...). Estas cuestiones se explicarán detalladamente más adelante (3.2).

Al dar doble clic sobre un objeto en la ventana algebraica se abre su campo a la edición. Doble clic" sobre un objeto

- en la zona gráfica para abrir la ventana de propiedades
- en la ventana algebraica para abrir la línea de edición

3.1.1. Menú Contextual

Al pulsar la tecla derecha del mouse sobre un objeto, se despliega un menú contextual desde el que se puede seleccionar la notación algebraica (coordenadas polares o cartesianas, ecuaciones implícitas o explícitas, ...). Aquí también se ubican comandos como Re-nomina , Edita o Elimina .

Al seleccionar Propiedades se despliega una caja de diálogo, donde pueden modificarse color, medida, grosor del trazo, su estilo, sombreado etc.

3.1.2. Expone y Oculta

Los objetos geométricos pueden exponerse (expone) o no (oculta). Puede emplearse en modo *Expone/Oculta Objeto* (3.2.1) o el menú contextual (3.1.1) para alternar este estado. El ícono a

izquierda de cada objeto en la ventana algebraica, informa sobre su actual estado de visibilidad.

3.1.3. Trazo

Puede hacerse que los objetos geométricos dejen un trazo como huella a mediar que se los desplaza por la pantalla. Se apela al menú contextual (3.1.1) para (des)activar ese “trazo”.

La opción *Refresco Visual* del menú *Vista* elimina toda traza.

3.1.4. Zoom

Al pulsar la tecla derecha sobre la zona gráfica, se despliega un menú contextual que permite una aproximación o alejamiento del enfoque o “zoom”.

Para conocer otros detalles puede consultarse *Zoom Acercamiento* (3.2.1) así como *Zoom Alejamiento* (3.2.1).

Marco de acercamiento o “zoom”: con un clic del botón derecho del mouse, al arrastrarlo, se desplaza el puntero para hacer un zoom de la zona que quede enmarcada.

3.1.5. Relación entre Ejes

Al dar clic con el botón derecho sobre la zona gráfica se despliega un menú contextual desde el que puede modificarse la razón entre el eje-x y el eje-y.

3.1.6. Protocolo de Construcción

El protocolo de construcción interactiva (menú *Vista*) es una tabla que muestra todas las etapas de construcción. Aquí puede rehacerse una construcción paso a paso. Incluso es posible intercalar pasos de construcción y modificar su secuencia. El menú de ayuda del protocolo de construcción ofrece una explicación más detallada.

3.1.7. Redefine

Un objeto puede ser *redefinido* empleando su menú contextual (3.1.1). Esto es muy útil para introducir cambios tras su construcción. También puede abrirse la caja de diálogo con la que se *Redefine* dando doble clic sobre un objeto dependiente.

Para ubicar un punto libre A sobre una recta h, se apela a *Redefine* para el punto A y se ingresa `Punto[h]`. Para eliminar el punto de esta recta y "liberarlo" nuevamente, se lo redefine a cierto punto de coordenadas libres como $(3, 2)$.

Otro ejemplo es la conversión de una recta h que pasa por los puntos A y B en un segmento que los tiene como extremos: se elige *Redefine* e ingresa `Segmento[A, B]`.

La herramienta que permite la redefinición de objetos es sumamente versátil para una modificación retrospectiva de lo construido. Conviene tomar en cuenta que de este modo también es posible cambiar el orden de las etapas de construcción dentro del protocolo de construcción (3.1.6).

3.2. Modos

Los siguientes modos pueden activarse en la barra de útiles. Hay que dar clic sobre la flechita a la derecha del ícono para pasar a los otros modos de ese menú.

Se *marca* un objeto cuando se da *clic* sobre éste con el *mouse*. En cualquier modo de construcción se pueden crear fácilmente nuevos puntos, simplemente dando un “clic” sobre el área gráfica.

3.2.1. Modos Generales

Desplaza

Para arrastrar y soltar objetos libres con el mouse.

Selección de un objeto dándole clic en el modo de desplazamiento para poder

- eliminarlo pulsando la tecla Del
- desplazarlo apelando a las teclas-flecha (ver 4.1.2)

Para seleccionar varios objetos, se debe mantener pulsada la tecla Ctrl.

Rota alrededor de un punto

Se selecciona en primer lugar, el punto que será dentro de rotación. Luego se pueden rotar objetos libres alrededor de este punto, simplemente arrastrándolos con el mouse.

Relación

Para marcar un par de objetos y obtener información sobre sus relaciones (4.3.1).

Desplaza Zona Gráfica

Para arrastrar y soltar el área gráfica y desplazar así el origen del sistema de coordenadas.

También se puede desplazar la zona gráfica pulsando la tecla Ctrl y arrastrándola con el mouse.

Zoom In

Se puede dar clic sobre cualquier punto de la zona gráfica para producir un "zoom" de acercamiento (ver 3.1.4).

Zoom de Alejamiento

Se puede dar clic sobre cualquier punto de la zona gráfica para producir un "zoom" de alejamiento (ver 3.1.4).

Expone / Oculta objeto

Al dar clic" sobre un objeto se lo expone/oculta respectivamente. Todo los objetos que debieran estar ocultos se resaltan. Estos cambios se efectivizarán en cuanto se pase a cualquier otro modo en la barra correspondiente.

Expone / Oculta rótulo

Al dar clic" sobre un rótulo se lo expone/oculta respectivamente.

Copia estilo visual

Este modo permite copiar las propiedades visuales como color, dimensión, estilo lineal, etc., desde un objeto a los de destino.

En primer lugar, debe seleccionarse el objeto cuyas propiedades desean copiarse. Luego, se pasa a dar clic" sobre todos los otros objetos que deben adoptar dichas propiedades.

Elimina objeto

Basta con dar clic" sobre cualquier objeto que se desee eliminar.

3.2.2. Punto**Nuevo punto**

Al dar "clic" sobre área gráfica se crea un nuevo punto. Sus coordenadas quedan establecidas al soltar el botón del mouse nuevamente.

Al dar un "clic" sobre un segmento, recta o sección cónica se crea un punto sobre el objeto en cuestión. Al dar clic sobre la intersección de dos objetos se crea este punto de intersección.

Intersección de dos objetos

Los puntos de intersección de los dos objetos pueden producirse de dos maneras.

1. Marcar dos objetos: se crean todos los puntos de intersección (si fuese posible)
2. Al dar clic" sobre la intersección de los dos objetos: sólo se crea este único punto de intersección

Para segmentos, semi-rectas o arcos puede especificarse si se desea *permitir la intersección de puntos periféricos* (propiedades, 3.1.1). Esto puede emplearse para conseguir la intersección de puntos que yacen en la extensión de un objeto. Por ejemplo, la extensión de un segmento o una semi-recta es una recta.

Punto Medio

Dar clic sobre ...

1. dos puntos para obtener su punto medio.
2. un segmento para obtener su punto medio.
3. una sección cónica para obtener su punto central.

3.2.3. Vector

Vector entre dos puntos

Marca el punto de inicio y el de aplicación del vector.

Vector desde un punto

Al marcar un punto A y un vector v se crea el punto $B = A + v$ y el vector de A hacia B.

3.2.4. Segmento

Segmento entre dos puntos

Al marcar dos puntos A y B se establece un segmento entre A y B. En la ventana algebraica podrá verse la longitud de dicho segmento.

Segmento con una longitud dada a partir de un punto

Al dar clic sobre un punto A que desea fijarse como uno de los extremos del segmento y especificar la longitud deseada al aparecer la ventana que se despliega a continuación, queda fijado el segmento.

De este modo se creará un segmento con una longitud determinada ente el punto A y el B que será su otro extremo. El extremo B puede rotarse en modo *Desplaza* alrededor del extremo inicial A.

3.2.5. Semirrecta

Semirrecta a través de dos puntos

Al marcar dos puntos A y B se crea una semirrecta que parte de A y cruza B. En la ventana algebraica se expone la ecuación correspondiente a la recta.

3.2.6. Polígono

Polígono

Para que quede expuesta el área del polígono en la ventana algebraica, basta marcar al menos tres puntos y volver a dar “clic” nuevamente sobre el primero de ellos.

3.2.7. Recta

Recta entre dos puntos

Al marcar dos puntos A y B se fija la recta entre A y B. El vector que fija la dirección de la recta es $(B-A)$.

Recta Paralela

Al seleccionar una recta g y un punto A, queda definida la recta que pasa por A y es paralela a g. La dirección de esta recta es la de g.

Recta Perpendicular

Al seleccionar una recta g y un punto A, queda definida la recta que pasa por A y es perpendicular a g. La dirección de esta recta es equivalente a la del vector perpendicular(4.3.5) a g.

Mediatriz

La recta mediatriz de un segmento queda establecida por un segmento s o por dos puntos A y B. La dirección de esta recta es equivalente a la del vector perpendicular (4.3.5) al segmento s o a AB.

Bisectriz

La bisectriz de un ángulo puede definirse de dos maneras:

1. Al marcar los tres puntos A, B, C se produce la bisectriz del ángulo determinado por A, B y C, con B como vértice.
2. Al marcar dos rectas se producen las bisectrices de sendos ángulos.

Los vectores directrices de todas las bisectrices tienen longitud 1.

Tangentes

Las tangentes a una cónica pueden determinarse de dos maneras:

1. Al marcar un punto A y una cónica c se producen todas las tangentes a c que pasan por A.
2. Al marcar una recta g y una cónica c se producen todas las tangentes a c que son paralelas a g.

Al marcar el punto A y la función f se traza la recta tangente a f por $x=x(A)$.

Recta Polar o Diámetro

Este modo crea la recta polar / diámetro de una sección cónica:

1. Se marca un punto y una sección cónica para establecer la recta polar.
2. Se marca una recta o vector y una sección cónica para fijar su diámetro.

3.2.8. Sección Cónica

Círculo por centro y punto de la circunferencia

Al marcar un punto M y un punto P queda definida una circunferencia con centro en M que pasa por P. El radio del círculo es la distancia MP.

Círculo con centro y radio

Tras marcar un punto M como centro, se despliega la ventana para ingresar el valor del radio.

Circunferencia dados tres de sus puntos

Al marcar tres puntos A, B, C queda definida una circunferencia que cruza por dichos puntos. Si los tres puntos pertenecen a una recta, la circunferencia queda reducida a dicha recta.

Cónica dados cinco de sus puntos

Al marcar cinco puntos queda definida una sección cónica que pasa por ellos. Siempre que no yazcan sobre una recta cuatro de estos cinco puntos, la sección cónica queda efectivamente definida.

3.2.9. Arco y Sector

El valor algebraico de un arco es su longitud, el valor de un sector es su área.

Semicírculo

Al marcar dos puntos A y B se produce un semicírculo por encima del segmento AB.

Arco circular dado un centro y dos puntos extremos

Al marcar tres puntos M, A y B se produce un arco circular con centro en M, que tiene como extremo inicial A y tiende hacia B. Nota: el punto B no tiene que yacer necesariamente en el arco.

Sector circular dado un centro y dos puntos extremos

Al marcar tres puntos M, A y B se produce un sector circular con centro en M, que tiene como extremo inicial A y tiende hacia B. Nota: el punto B no tiene que yacer necesariamente en el sector.

Arco circuncircular que atraviesa tres puntos

Al marcar tres puntos se produce un arco circular que pasa por dichos puntos.

Sector circuncircular que atraviesa tres puntos

Al marcar tres puntos se produce un sector circular que pasa por dichos puntos.

3.2.10. Número y Angulo**Distancia**

Este modo establece la distancia entre ...

1. dos puntos
2. dos rectas
3. un punto y una recta

Deslizador

Al dar clic sobre cualquier lugar libre de la zona gráfica, se crea un "dial" deslizador para ajustar el valor de un número o ángulo allí presentes. La ventana que se despliega permite especificar el intervalo [mín, máx] del número o ángulo acorde al ancho del dial o deslizador (expresado en pixel).

En GeoGebra un deslizador no es sino la representación gráfica de un número o ángulo libres. Puede crearse fácilmente un deslizador correspondiente a un número o ángulo existentes, simplemente apuntando a este objeto (con un clic del botón derecho del mouse y eligiendo *exponer objeto*).

La posición de un deslizador puede ser absoluta respecto de la pantalla o relativa al sistema de coordenadas (ver propiedades del número o ángulo correspondientes, 3.1.1).

Angulo

Este modo crea . . .

1. el ángulo entre tres puntos
2. el ángulo entre dos segmentos
3. el ángulo entre dos rectas
4. el ángulo entre dos vectores
5. todos los ángulos interiores de un polígono

Todos estos ángulos están limitados a una amplitud entre 0 y 180°. Si se desea *admitir ángulos reflejados*, se selecciona y activa la opción correspondiente en la caja de diálogo de propiedades (3.1.1).

Angulo de amplitud dada

Al marcar dos puntos A y B aparece una ventana donde puede anotarse la amplitud del ángulo. Este modo produce un punto C y un ángulo α , donde $\alpha = \angle(ABC)$.

3.2.11. Locus - Lugar Geométrico

Locus

Lo primero que debe seleccionarse es el punto Q cuyo lugar geométrico debiera trazarse. Luego, con un clic se marca un punto P del que Q dependerá. Debe advertirse que el punto P debe pertenecer a un objeto (recta, segmento, circunferencia, . . .).

3.2.12. Transformaciones Geométricas

Las siguientes transformaciones geométricas operan sobre puntos, rectas, secciones cónicas, polígonos e imágenes.

Refleja un objeto a través de un punto

Lo primero que debe seleccionarse es el objeto a ser reflejado. Luego, con un clic se marca el punto a través del cual se operará la reflexión.

Refleja un objeto a través de una recta

Lo primero que debe seleccionarse es el objeto a ser reflejado. Luego, con un clic se marca la recta - .^{ej}e a través de la que se operará la reflexión.

Rota un objeto a través de un punto

Lo primero que debe seleccionarse es el objeto a ser rotado. Luego, con un clic se marca el punto que obrará como centro de rotación. Aparecerá, entonces, una ventana donde puede especificarse la amplitud en grados del ángulo de rotación.

Translada un objeto por un vector

Lo primero que debe seleccionarse es el objeto a ser trasladado. Luego, con un clic se marca el vector de translación.

Dilata un objeto desde un punto

Lo primero que debe seleccionarse es el objeto a ser dilatado. Luego, con un clic se marca el punto que obrará como centro de dilatación. Aparecerá, entonces, una ventana donde puede especificarse el factor de dilatación.

3.2.13. Texto**Texto**

En este modo se pueden crear textos o fórmulas de \LaTeX .

1. Al dar clic sobre el área gráfica se pasa a crear un nuevo texto en esa posición.
2. Al dar clic sobre un punto, se crea un nuevo texto cuya ubicación se vincula y asocia a dicho punto.

A continuación, aparece una caja de diálogo en la que se puede ingresar texto. También se puede usar valores de objetos y de ese modo, crear textos dinámicos.

Entrada	Descripción
"Este es un texto"	texto simple
"Punto A = " + A	texto dinámico empleando el valor del punto A
"a = " + a + "cm"	texto dinámico empleando el valor del segmento a

La posición de un texto puede ser absoluta - en pantalla - o relativa respecto del sistema de coordenadas (Por más detalles puede consultarse sobre propiedades del texto, 3.1.1).

Fórmulas de \LaTeX

En GeoGebra también se pueden escribir fórmulas. Para hacerlo así, hay que tildar la casilla correspondiente a una fórmula \LaTeX en la caja de diálogo del modo texto y anotar la fórmula según la sintaxis de \LaTeX . Aquí, se explican algunos de los más importantes comandos de \LaTeX . Revisando cualquier documentación en \LaTeX se obtiene más información sobre el tema.

\LaTeX Entrada	Resultado
<code>a \cdot b</code>	$a \cdot b$
<code>\frac{a}{b}</code>	$\frac{a}{b}$
<code>\sqrt{x}</code>	\sqrt{x}
<code>\sqrt[n]{x}</code>	$\sqrt[n]{x}$
<code>\vec{v}</code>	\vec{v}
<code>\overline{AB}</code>	\overline{AB}
<code>x^{2}</code>	x^2
<code>a_{1}</code>	a_1
<code>\sin\alpha + \cos\beta</code>	$\sin \alpha + \cos \beta$
<code>\int_a^b x dx</code>	$\int_a^b x dx$
<code>\sum_{i=1}^n i^2</code>	$\sum_{i=1}^n i^2$

3.2.14. Imágenes

Insert image

Este nodo permite añadir una imagen en una construcción.

1. El primer clic sobre la zona gráfica determina el vértice inferior izquierdo de la imagen.
2. El primer clic sobre un punto determina que éste será el vértice inferior izquierdo de la imagen.

A continuación, se despliega una caja de diálogo para la apertura de un archivo, para seleccionar la imagen a intercalar.

3.2.15. Propiedades de Imágenes

Posición

La posición de una imagen puede ser absoluta - en pantalla - o relativa respecto del sistema de coordenadas (Por más detalles puede consultarse sobre propiedades de la imagen, 3.1.1). Esto se lleva adelante especificando los tres puntos vértices y ofrece la flexibilidad de escalar, rotar y hasta distorsionar las imágenes.

- 1. Vértice: posición del vértice izquierdo inferior de la imagen.

- 2. Vértice (inferior derecho): sólo puede fijarse cuando ya se estableció 1. Vértice. Pasa a controlar el ancho de la imagen.
- 4. Vértice (superior izquierdo): sólo puede fijarse cuando ya se estableció 1. Vértice. Pasa a controlar la altura de la imagen.

Para explorar los efectos de los puntos vértices, conviene crear tres puntos A, B y C. Fijemos A como el primero y B como el segundo vértice de la imagen. Al arrastrar A y B en el modo *Desplaza*, puede explorarse su influencia muy fácilmente. Podemos fijar, a continuación, A como el primero y C como el cuarto vértice. Finalmente, pueden establecerse los cuatro puntos vértices para observar cómo al arrastrarlos, se distorsiona la imagen.

Tras observar cómo influir sobre la posición y tamaño de una imagen, vale la pena experimentar otras alternativas. Al adjuntar una imagen a un punto A, se fija a 3 unidades su ancho y a 4, su altura, llevando adelante lo siguiente:

- 1. Vértice: A
- 2. Vértice: A + (3,0)
- 3. Vértice: A + (0,4)

Al arrastrar el punto A apelando al modo *Desplaza*, la imagen conserva la medida deseada. Para mayor información, ver el comando *Extremo* (4.3.13).

Imagen de Fondo

Puede establecerse una imagen de *fondo*... que se fija a "fondo" propiedades de la imagen, 3.1.1). Una imagen de fondo, yace tras los ejes de coordenadas y ya no vuelve a resultar accesible a la selección vía mouse.

Para modificar la condición de "telón de fondo" de una imagen, se deben cambiar sus *Propiedades* desde dicha opción del menú *Edita*.

Transparencia

Una imagen puede pasar a ser transparente para que puedan verse tanto otras imágenes como los ejes que queden tras ella. Para fijar esta condición de transparencia de una imagen, se especifica un valor entre 0 % y 100 % para el valor de *relleno* (propiedades de la imagen, 3.1.1).

Capítulo 4

Entrada Algebraica

Pasaremos ahora a explicar cómo hacer ingresos por teclado en GeoGebra.

4.1. Anotaciones Generales

Valores, coordenadas y ecuaciones de objetos *libres* y *dependientes* se exponen en la ventana algebraica (a mano izquierda). Los objetos libres no dependen de ningún otro objeto y pueden ser modificados directamente.

La entrada puede realizarse en el campo de texto al pie de la pantalla. Esto se explicará, más adelante, detalladamente (4.2 y 4.3).

4.1.1. Modificación de valores

Los objetos libres pueden ser modificados pero los dependientes, no. Para operar cambiando el valor de un objeto libre, basta re-escribirlo, ingresando el nuevo valor en el campo de texto (4.2).

Como alternativa, se lo puede hacer en la ventana algebraica, optando por Editar en el menú contextual (3.1.1).

4.1.2. Animación

Para modificar de forma continua un número o ángulo, seleccionamos el modo Desplaza (3.2.1), damos *clic* sobre el número o ángulo y pulsamos la tecla + o -.

Se produce un efecto de animación si mantenemos permanentemente, una de estas teclas, pulsada. Por ejemplo, si las coordenadas de un punto dependen de un número k como en $P = (2k, k)$, el punto se desplazará a lo largo de una recta cuando k se modifica continuamente.

Con las teclas-flecha podemos desplazar cualquier objeto libre, en el modo desplazamiento. El incremento es ajustable y se fija en la caja de diálogo de propiedades (3.1.1).

- Ctrl + tecla flecha ... 10 * ancho del paso

- Alt + tecla flecha ... 100 * ancho del paso

Se puede mover cualquier punto de una recta, empleando la tecla + o la tecla -

4.2. Ingreso Directo

GeoGebra puede operar con números, ángulos, puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas. Explicaremos cómo podemos ingresar estos objetos a través de coordenadas o ecuaciones.

También se pueden emplear índices con los nombres de los objetos: A_1 resp. s_{AB} se ingresan como A_1 resp. s_AB .

4.2.1. Números y ángulos

Los números y ángulos usan el signo $tw.$ como punto decimal.

$$\text{número } r \mid r = 5.32$$

Los ángulos se ingresan en grados ($^\circ$) o radianes (rad). La constante pi (o π) es útil para los valores en radianes.

ángulo alpha	grados alpha = 60°	radianes alpha = pi / 3
--------------	-----------------------	----------------------------

GeoGebra realiza todos los cálculos internos en radianes. El símbolo $^\circ$ no es sino una constante para convertir $\frac{\pi}{180}$ de grados a radianes.

Deslizadores y Teclas-Flecha

Tanto los números como los ángulos libres pueden exponerse como deslizadores ajustables sobre la zona gráfica (ver 3.2.10). Con las teclas-flecha se puede cambiar el valor de números y ángulos, también en la ventana algebraica (ver 4.1.2).

Valor Límite en Intervalo

Tanto los números libres como los ángulos pueden limitarse a un intervalo [mín, máx] (propiedades, 3.1.1). Este intervalo se emplea también para diales deslizadores (consultar 3.2.10).

Para cada ángulo dependiente se puede especificar si se puede reflejar o no (propiedades, 3.1.1).

4.2.2. Puntos y Vectores

Los puntos y vectores pueden ingresarse en coordenadas cartesianas o polares (4.2.1). Las mayúsculas rotulan puntos y las minúsculas, vectores.

	coordenadas cartesianas	coordenadas polares
punto P	$P = (1, 0)$	$P = (1; 0^\circ)$
vector v	$v = (0, 5)$	$v = (5; 90^\circ)$

4.2.3. Recta

Una recta se ingresa como una ecuación lineal en x e y o en forma paramétrica. En ambos casos, se pueden emplear variables previamente definidas (números, puntos, vectores). El nombre de la recta debe ser anotado encabezando la entrada, seguido de los dos puntos.

	ecuación	forma paramétrica
recta g	$g : 3x + 4y = 2$	$g : X = (-5, 5) + t (4, -3)$

Sea $k=2$ y $d=-1$ por ejemplo. Entonces, podemos definir una recta g ingresando la ecuación $g : y = k x + d$.

Eje-x y Eje-y

A los dos ejes de coordenadas podemos acceder con los comandos correspondientes a través de `ejeX` y `ejeY` respectivamente. Por ejemplo, el comando `Perpendicular[A, ejeX]` construye la recta perpendicular al eje x que pasa por el punto A.

4.2.4. Sección Cónica

Una sección cónica se ingresa como una ecuación cuadrática en x e y. Se pueden emplear variables previamente definidas (números, puntos, vectores). El nombre de la sección cónica debe ser anotado encabezando la entrada, seguido de los dos puntos.

	ecuación
elipse eli	$eli : 9x^2 + 16y^2 = 144$
hipérbola hip	$hip : 9x^2 - 16y^2 = 144$
parábola par	$par : y^2 = 4x$
círculo k1	$k1 : x^2 + y^2 = 25$
círculo k2	$k2 : (x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$

Sean $a=4$ y $b=3$ por ejemplo. Ahora podemos ingresar una elipse como $eli : b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$.

4.2.5. Función de x

Para ingresar una función podemos emplear variables previamente definidas (números, puntos, vectores, ...) y otras funciones.

	Entrada
Función f	$f(x) = 3x^3 - x^2$
Función g	$g(x) = \tan(f(x))$
Función innominada	$\sin(3x) + \tan(x)$

Todas las funciones internas (como seno, coseno, tangente - sin, cos, tan - etc.) se describen en la sección dedicada a operaciones aritméticas (4.2.6).

Existen comandos para obtener integrales (4.3.11) y derivadas (4.3.11) de una función. También se puede emplear $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, ... para las derivadas de una función $f(x)$ previamente definida:

$$f(x) = 3x^3 - x^2$$

$$g(x) = \cos(f'(x + 2))$$

Además, las funciones pueden ser trasladadas por un vector (4.3.15) y una función libre puede desplazarse con el mouse.

Función Limitada a un Intervalo

Para limitar una función a un intervalo $[a, b]$, debe emplearse el comando **Función** (ver 4.3.11).

4.2.6. Operaciones Aritméticas

Para ingresar números, coordenadas o ecuaciones (4.2) Se pueden emplear expresiones aritméticas con paréntesis. Las siguientes operaciones están disponibles:

operación	ingresar
suma	+
resta	-
multiplicación, producto escalar	* o espacio
división	/
potenciación	^ o ^{2, 3}
factorial	!
Función Gamma	gamma ()
paréntesis	()
coordenada-x	x ()
coordenada-y	y ()
valor absoluto	abs ()

signo	sgn()
raíz cuadrada	sqrt()
función exponencial	exp()
logaritmo (natural)	log()
coseno	cos()
seno	sin()
tangente	tan()
arco coseno	acos()
arco seno	asin()
arco tangente	atan()
coseno hiperbólico	cosh()
seno hiperbólico	sinh()
tangente hiperbólica	tanh()
arcocoseno hiperbólico	acosh()
arcoseno hiperbólico	asinh()
arcotangente hiperbólico	atanh()
integral mayor menor o igual que	ceil()
integral menor mayor o igual que	floor()
Redondeo	round()

Por ejemplo, el punto medio M de dos puntos A y B podría ingresarse como $M = (A+B) / 2$. La longitud de un vector v podría calcularse usando $l = \text{rc}(v*v)$.

Podemos apreciar que se pueden hacer cálculos con puntos y vectores así como en GeoGebra.

4.3. Comandos

Con la ayuda de los comandos podemos crear nuevos objetos o modificar los existentes. La intersección de dos rectas g y h produce un nuevo punto, por ejemplo: $S = \text{Intersección}[g, h]$ (4.3.4).

El resultado de un comando puede nominarse ingresando un rótulo seguido de $=$. En nuestro ejemplo $S = \text{Intersección}[g, h]$ el nuevo punto se denomina S .

Se puede también usar índices con los nombres de los objetos: A_1 resp. s_{AB} se ingresa como A_1 resp. s_{AB} .

4.3.1. Comandos Generales

Relación

Relación[objeto a, objeto b] expone un cuadro de mensaje que nos informa la relación de a y b .

Este comando nos permite averiguar si dos objetos son iguales, si un punto pertenece a una recta o a una cónica, o si una recta es tangente o cruza a una cónica.

Borra

Borra[objeto] Borra un objeto y todos sus subordinados.

4.3.2. Número

Longitud

Longitud[vector] Longitud de un vector

Area

Area[punto A, punto B, punto C, ...] Area del polígono definido por los puntos marcados

Longitud[punto A] Longitud del vector de posición de A

Distancia

Distancia[punto A, punto B] Distancia entre dos puntos A y B

Distancia[punto A, recta g] Distancia de un punto A a una recta g

Distancia[recta g, recta h] Distancia entre las rectas g y h. La distancia de rectas secantes es 0. Esta función es de interés para rectas paralelas.

Pendiente

Pendiente[recta] Pendiente de una recta. Este comando también traza la pendiente del triángulo cuya medida puede modificarse (ver Propiedades, 3.1.1).

Radio

Radio[círculo] Radio de un círculo

Parámetro

Parámetro[parábola] Parámetros de una parábola (Distancia entre directriz y foco)

LongitudPrimerEje

LongitudPrimerEje[cónica] Longitud del eje principal de una sección cónica

LongitudSegundoEje

LongitudSegundoEje[cónica] Longitud del eje secundario de una sección cónica

Excentricidad

Excentricidad[cónica] Excentricidad de una cónica

Integral

Integral[función f, número a, número b] Integral definida de $f(x)$ de a hasta b. Este comando también traza el área entre el gráfico de la función y el eje-x de coordenadas.

Integral[función f, función g, número a, número b] La integral definida de $f(x)-g(x)$ desde a a b. Este comando traza también el área entre los gráficos de las funciones de f y g.

Consultar integral indefinida, 4.3.11.

SumaInferior

SumaInferior[función f, número a, número b, número n] suma inferior de la función f en el intervalo [a,b] con n rectángulos. Este comando también dibuja los rectángulos de la suma inferior.

SumaSuperior

SumaSuperior[función f, número a, número b, número n] suma superior de la función f en el intervalo [a,b] con n rectángulos. Este comando también dibuja los rectángulos de la suma superior.

4.3.3. Angulo**Angulo**

Angulo[vector, vector] Ángulo entre dos vectores (entre 0 y 360°)

Angulo[recta, recta] Ángulo entre los vectores directrices de dos rectas (entre 0 y 360°)

Angulo[punto A, punto B, punto C] Ángulo tendido entre BA y BC (entre 0 y 360°). B es el vértice.

Angulo[punto A, punto B, Angulo alpha] Angulo de amplitud alpha trazado desde B con vértice en A. El punto Rota[B, A, a] también se crea.

Angulo[cónica] Angulo de revolución del eje principal de una sección cónica (4.3.9)

Angulo[vector v] Angulo entre el eje x y el vector v

Angulo[punto A] Angulo entre el eje x y el vector de posición del punto A

Angulo[número] Convierte un número en un ángulo (resultando entre 0 y 2π)

Angulo[polígono] Todos los ángulos interiores de un polígono

4.3.4. Punto

Punto

Punto[recta] Punto sobre una recta

Punto[cónica] Punto sobre una sección cónica (por ejemplo. circunferencia, elipse, hipérbola)

Punto[función] Punto en una función

Punto[vector] Punto en el vector

Punto[punto P, vector v] Punto $P + v$

PuntoMedio

PuntoMedio[punto A, punto B] PuntoMedio de A y B

PuntoMedio[segmento] PuntoMedio de segmento

Centro

Centro[cónica] Centro de una sección cónica (por ejemplo: circunferencia, elipse, hipérbola)

Foco

Foco[cónica] (Todo) foco de una sección cónica

Vértice

Vértice[cónica] (Todo) vértice de una sección cónica

Centroide

Centroide[polígono] Centroide de un polígono

Intersección

Intersección[recta g, recta h] Punto de intersección de las rectas g y h

Intersección[recta g, cónica c] Puntos de intersección de g y c (máx. 2)

Intersección[recta g, cónica c, número n] enésimo punto de intersección de g y c

Intersección[cónica c, cónica d] Puntos de intersección de c y d (máx. 4)

Intersección[cónica c, cónica d, número n] enésimo punto de intersección de c y d

Intersección[polinomio f, polinomio g] enésimo punto de intersección de f y g

Intersección[polinomio f, polinomio g, número n] enésimo punto de intersección de f y g

Intersección[polinomio f, recta g] Todos los puntos de intersección de f y g

Intersección[polinomio f, recta g, número n] enésimo punto de intersección de f y g

Intersección[función f, función g, punto A] Punto de intersección de f y g con valor inicial A (para el método de Newton)

Intersección[función f, recta g, punto A] Punto de intersección de f y g con valor inicial A (para el método de Newton)

Cero

Cero[polinomio f] Todas las raíces del polinomio f (como puntos)

Root[función f, número a] Una raíz de la función f con valor inicial A (para el método de Newton)

Root[función f, número a, número b] Una raíz de la función f en el intervalo [a, b] (regula falsi)

Extremos

Extremos[polinomio f] Todos los extremos locales del polinomio f (como puntos)

PuntoInflexión

PuntoInflexión[polinomio f] Todos los puntos de inflexión del polinomio f

4.3.5. Vector

Vector

Vector[punto A, punto B] Vector desde A hasta B

Vector[punto] Posición vectorial de un punto

Dirección

Dirección[recta] Vector directriz de una recta. Una recta cuya ecuación es $ax + by = c$ tiene dirección $(b, -a)$.

Versor

Versor[recta] Vector directriz de una recta con longitud 1

Versor[vector] Versor: vector de longitud 1 y la misma dirección y orientación que las del vector dado.

(4.3.5)

VectorPerpendicular

VectorPerpendicular[recta] Vector perpendicular a una recta. Una recta de ecuación $ax + by = c$ tiene un vector perpendicular (a, b) .

VectorPerpendicular[vector] Vector perpendicular a un vector. Un vector con coordenadas (a, b) tiene el vector perpendicular $(-b, a)$.

VersorPerpendicular

VersorPerpendicular[recta] Vector de longitud 1, perpendicular a una recta.

VersorPerpendicular[vector] Vector de longitud 1, perpendicular a un vector.

4.3.6. Segmento

Segmento

segmento[punto A, punto B] Segmento entre dos puntos A y B

segmento[punto A, número a] Segmento con extensión a desde el punto A. Se crea, también, el extremo opuesto a A del segmento.

4.3.7. Semirrecta

Semirrecta

Semirrecta[punto A, punto B] Semirrecta que se inicia en A y pasa por B

Semirrecta[punto A, vector v] Semirrecta que se inicia en A con dirección v

4.3.8. Polígono

Polígono

Polígono[punto A, punto B, punto C, ...] Polígono definido por los puntos marcados

4.3.9. Recta

Recta

Recta[punto A, punto B] Recta entre dos puntos A y B

Recta[punto A, recta g] Recta paralela a g que pasa por A

Recta[punto A, vector v] Recta con dirección v que pasa por A

Perpendicular

Perpendicular[punto A, recta g] Recta perpendicular a g que pasa por A

Perpendicular[punto A, vector v] Recta perpendicular a v que pasa por A

Mediatriz

Mediatriz[punto A, punto B] Mediatriz al segmento AB

Mediatriz[segmento s] Mediatriz al segmento s

Bisectriz

Bisectriz[punto A, punto B, punto C] Bisectriz del ángulo (A, B, C). B es el vértice de dicho ángulo.

Bisectriz[recta g , recta h] Sendas bisectrices angulares de g y h .

Tangente

Tangente[punto A, cónica c] (Toda) tangente a c a través de A

Tangente[recta g, cónica c] (Toda) tangente a c que sea paralela a g

Tangente[número a, función f] Tangente a f(x) en $x=a$

Tangente[punto A, función f] Tangente a f(x) en $x=x(A)$

Asíntota

Asíntota[hipérbola c] Ambas asíntotas a una hipérbola

Directriz

Directriz[parábola c] Directriz de una parábola

Ejes

Ejes[cónica c] Eje principal y secundario de una sección cónica

PrimerEje

PrimerEje[cónica c] Eje principal de una sección cónica

EjeSecundario

EjeSecundario[cónica c] Eje secundario de una sección cónica

Polar

Polar[punto A, cónica c] Recta polar a A relacionada a c

Diámetro

Diámetro[recta g, cónica c] Diámetro paralelo a g relacionado a c

Diámetro[vector v, cónica c] Diámetro con dirección v relacionado a c

4.3.10. Sección Cónica

Círculo

Círculo[punto M, número r] Circunferencia con centro M y radio r

Círculo[punto M, segmento s] Circunferencia con centro en M y radio = Longitud[s]

Círculo[punto M, punto A] Circunferencia con centro M que pasa por A

Círculo[punto A, punto B, punto C] Circunferencia que pasa por A, B y C

Elipse

Elipse[punto F, punto G, número a] Elipse con focos F, G y eje principal de longitud a. Condición: $2a > \text{Distancia}[F,G]$

Elipse[punto F, punto G, segmento s] Elipse con focos F, G y longitud del eje principal = Longitud[s]

Hipérbola

Hipérbola[punto F, punto G, número a] Hipérbola con focos F, G y eje principal de longitud a. Condición: $0 < 2a < \text{Distancia}[F,G]$

Hipérbola[punto F, punto G, segmento s] Hipérbola con focos F, G y longitud del eje principal = Longitud[s]

Parábola

Parábola[punto F, recta g] Parábola con foco F y directriz g

Cónica

Cónica[punto A, punto B, punto C, punto D, punto E] Sección cónica que cruza cinco puntos (cuatro de ellos no colineales)

4.3.11. Función

Derivada

Derivada[función f] Derivada de la función f(x)

Derivada[función f, número n] enésima derivada de la función f(x)

Integral**Integral**[función f] Integral indefinida de f(x)

Consultar integral definida, 4.3.2.

Polinomio**Polinomio**[función f] extiende el polinomio como factoro de la función f.Ejemplo: *Polinomio*[(x - 3)²] se factora como $x^2 - 6x + 9$ **PolinomioTaylor****PolinomioTaylor**[función f, número a, número n] expansión de la serie de potencias de orden n para la función f alrededor del punto x=a**Función****Función**[función f, número a, número b] establece una función, que es igual a f en el intervalo [a, b] y no está definida fuera de [a, b]**4.3.12. Arco y Sector**

El valor algebraico de un arco es su longitud, el valor de un sector, su área.

Semicircunferencia**Semicircunferencia**[punto A, punto B] Semicircunferencia sobre el segmento AB.**ArcoCircular****ArcoCircular**[punto M, punto A, punto B] Arco circular con punto medio M entre dos puntos: A y B. Atención: el punto B no debe estar sobre el arco.**ArcoCircumcircular****Arco Circumcircular**[punto, punto, punto] Arco circular que atraviesa tres puntos.**Arco****Arco**[cónica c, punto A, punto B] Arco de sección cónica entre dos punto A y B de la sección cónica c (circunferencia o elipse)**Arco**[cónica c, número t1, número t2] Arco de sección cónica entre dos valores parametricos t1 y t2 para las siguientes formas paramétricas:

- circunferencia: $(r \cos(t), r \sin(t))$, donde r es el radio de la circunferencia
- elipse: $(a \cos(t), b \sin(t))$, donde a y b son las longitudes del primero y del segundo eje

SectorCircular

SectorCircular[punto M, punto A, punto B] Sector circular con punto medio M entre dos puntos A y B. Atención: el punto B no debe estar sobre el arco.

SectorCircumcircular

SectorCircumcircular[punto, punto, punto] Sector circular que pasa a través de tres puntos

Sector

Sector[cónica c, punto A, punto B] Sector de sección cónica entre dos puntos A y B de la sección cónica c (círculo o elipse)

Sector[cónica c, número t1, número t2] Sector de sección cónica entre dos valores paramétricos t1 y t2 para las siguientes formas paramétricas:

- circunferencia: $(r \cos(t), r \sin(t))$, donde r es el radio de la circunferencia
- elipse: $(a \cos(t), b \sin(t))$, donde a y b son las longitudes del primer eje y del segundo

4.3.13. Imagen

Extremo

Extremo[imagen, número n] establece el extremo enésimo de una imagen ($n = 1, \dots, 4$).

4.3.14. Lugar Geométrico - Locus

LugarGeométrico

Lugar Geométrico[punto Q, punto P] traza el lugar geométrico del punto Q dependiente del punto P. El punto P debe ser el punto de un objeto (recta, segmento, circunferencia, ...).

4.3.15. Transformaciones Geométricas

Si asignamos uno de los siguiente comandos a un nuevo nombre, se producirá una copia del objeto desplazado. El comando **Refleja**[A, g] refleja el punto A a través de la recta g y el punto A cambia su ubicación. Ingresando $B = \text{Refleja}[A, g]$ se producirá un nuevo punto B mientras A permanece incommovible.

Traslada

Traslada[punto A, vector v] El punto A se traslada según el vector v

Traslada[recta g, vector v] La recta g se traslada según el vector v

Traslada[cónica c, vector v] La sección cónica c se traslada según el vector v

Traslada[función c, vector v] La función f se traslada según el vector v

Traslada[polígono P, vector v] El polígono P se traslada según el vector v. También se crean los nuevos vértices y segmentos.

Traslada[imagen p, vector v] La imagen p se traslada según el vector v

Traslada[vector v, punto P] El vector v se traslada al punto P

Rota

Rota[punto A, ángulo phi] El punto A rota el ángulo phi alrededor del eje al origen

Rota[vector v, ángulo phi] El vector v rota el ángulo phi

Rota[recta g, ángulo phi] La recta g rota el ángulo phi alrededor del eje al origen

Rota[cónica c, ángulo phi] La sección cónica c rota el ángulo phi alrededor del eje al origen

Rota[polígono P, ángulo phi] El polígono P rota el ángulo phi alrededor del eje al origen. También se crean los nuevos vértices y segmentos.

Rota[imagen p, ángulo phi] La imagen p rota un ángulo phi alrededor del eje al origen.

Rota[punto A, ángulo phi, punto B] El punto A rota el ángulo phi alrededor del punto B

Rota[recta g, ángulo phi, punto B] La recta g rota el ángulo phi alrededor del punto B

Rota[cónica c, ángulo phi, punto B] La sección cónica c rota el ángulo phi alrededor del punto B

Rota[polígono P, ángulo phi, punto B] El polígono P rota un ángulo phi alrededor del punto B. También se crean los nuevos vértices y segmentos.

Rota[imagen p, ángulo phi, punto B] La imagen p rota un ángulo phi alrededor del punto B

Refleja

Refleja[punto A, punto B] Refleja el punto A por el punto B

Refleja[recta g, punto B] Refleja la recta g por el punto B

Refleja[cónica c, punto B] Refleja la sección cónica c por el punto B

Refleja[polígono P, punto B] Refleja el polígono P por el punto B. También se crean los nuevos vértices y segmentos.

Refleja[imagen p, punto B] Refleja la imagen p por el punto B

Refleja[punto A, recta h] Refleja el punto A por la recta h

Refleja[recta g, recta h] Refleja la recta g por la recta h

Refleja[cónica c, recta h] Refleja la cónica c por la recta h

Refleja[polígono P, recta h] Refleja el polígono P según el eje de la recta h. También se crean los nuevos vértices y segmentos.

Refleja[imagen p, recta h] Refleja la imagen p según el eje de la recta h

Dilata

Dilata[punto A, número f, punto S] Dilata el punto A desde el punto S según el factor f

Dilata[recta h, número f, punto S] Dilata la recta h desde el punto S según el factor f

Dilata[cónica c, número f, punto S] Dilata la sección cónica c desde el punto S según el factor f

Dilata[polígono P, número f, punto S] Dilata el polígono P desde el punto S según el factor f. También se crean los nuevos vértices y segmentos.

Dilata[imagen p, número f, punto S] Dilata imagen p desde el punto S según el factor f

Capítulo 5

Imprimiendo y Exportando desde GeoGebra

5.1. Imprimiendo

5.1.1. Zona Gráfica

En el menú *Archivo*, la opción *Vista Previa, Zona Gráfica* permite especificar el título, autor, fecha y escala de la salida impresa (en cm).

Debe pulsarse *Enter* tras cualquier cambio para actualizar la ventana previa.

5.1.2. Protocolo de Construcción

Hay dos maneras de abrir la ventana de vista previa del protocolo de construcción:

- En el ítem *Vista Previa* del menú *Archivo*, apelando a la opción *Protocolo de Construcción*.
- Al abrir en primer lugar *Protocolo de Construcción* del menú *Vista*. Así se hallará el ítem *Vista Previa* en el menú *Archivo*.

La segunda manera es la más flexible porque allí se puede (des)activar las diferentes columnas del protocolo de construcción (consultar en menú *Vista* del protocolo de construcción).

En la ventana de vista previa se puede ingresar título, autor y fecha.

5.2. Zona Gráfica como Dibujo

El ítem *Exporta Zona Gráfica como Dibujo* se encuentra en el menú *Archivo*, dentro de la opción *Exporta*. Aquí, puede especificarse la escala (en cm) y la resolución (en dpi) del archivo de salida. La verdadera medida de la imagen exportada aparece al pie de la ventana.

Se puede seleccionar uno de los siguientes *formatos*:

PNG - Portable Network Graphics: Este es un formato gráfico “pixelado”. Cuanto mayor es la resolución (dpi), mejor es la calidad (300dpi será, por lo general, suficiente). Al escalar un gráfico PNG generalmente se pierde calidad y, por lo tanto es conveniente no escalarlos.

Los archivos gráficos PNG son muy adecuados para ilustrar páginas web (html) y documentos MS Word. Cuando se intercala un archivo PNG en un documento Word, recurriendo al menú *Inserta, Imagen desde archivo*), hay que asegurarse que la medida se fije al 100 %. De otro modo, la escala dada (en cm) podría modificarse.

EPS - Encapsulated Postscript: Este es un formato gráfico vectorial. Los gráficos EPS pueden escalarse sin pérdida alguna de calidad. Los archivos gráficos EPS son los más adecuados para programas gráficos vectoriales como el Corel Draw y los sistemas procesadores de texto profesionales como L^AT_EX.

La resolución de un gráfico EPS graphic es siempre 72dpi. Este valor se emplea solamente para calcular la verdadera medida de una imagen en cm y no tiene efecto sobre la calidad de la imagen.

Atención: el efecto de coloreo transparente de polígonos o secciones cónicas no es posible en el formato EPS.

5.3. Zona Gráfica al Portapapeles

En el menú *Archivo, Exporta Zona Gráfica como Dibujo* ofrece la opción *Zona Gráfica al Portapapeles* para copiar un pantallazo de la zona gráfica al portapapeles del sistema como dibujo PNG. Este dibujo puede pegarse en otro programa (por ejemplo: un documento Word de Microsoft).

Para exportar una construcción a cierta escala (en cm), se emplea la opción *Exporta Zona Gráfica como Dibujo* del *Exporta* del menú *Archivo*,

5.4. Protocolo de Construcción como Página Web

Hay dos maneras de abrir la ventana de *Exporta Protocolo de Construcción*:

- En el menú *Archivo*, bajo *Exporta* se encuentra el ítem *Protocolo de Construcción como Página Web (html)*.
- En el menú *Vista*, se abre primeramente el *Protocolo de Construcción*. Allí se encuentra el ítem *Exporta como Página Web* bajo el menú *Archivo*.

La segunda alternativa es más flexible porque allí se puede ir (des)activando las diferentes columnas del protocolo de construcción (ver el menú *Vista* del protocolo de construcción).

En la ventana de exportación, se puede anotar un título, autor y fecha de la construcción y determinar si se quiere o no exportar también el dibujo de la zona gráfica y la ventana algebraica adjunto al protocolo.

El archivo HTML exportado puede verse con cualquier explorador de Internet (como el Mozilla, el Internet Explorer ...) y editarse con cualquier procesador de textos (como el Frontpage, el Word ...).

5.5. Planilla Dinámica como Página Web

Bajo la opción *Exporta* del menú *Archivo* se encuentra el ítem *Planilla Dinámica como Página Web (html)*.

En la ventana de exportación, se puede anotar un título, autor, fecha y algún texto en la zona superior e inferior de la construcción dinámica (por ejemplo, una descripción de la construcción y algunos ejercicios). La construcción misma puede incluirse directamente en la página web o abrirse con un “clic” sobre un botón.

Atención: los valores que se asignan al ancho y la altura de la construcción dinámica no deben ser demasiado altos para que la construcción dinámica resulte completamente visible al desplegarse el explorador de Internet.

Al exportarse una planilla dinámica se crean tres archivos:

1. archivo html, por ejemplo, *circunf.html* - este archivo incluye la planilla misma.
2. archivo ggb, z.B. *circunf_planilla.ggb* - este archivo incluye la correspondiente construcción GeoGebra
3. *geogebra.jar* - este archivo incluye al GeoGebra y permite que la correspondiente planilla resulte interactiva

Estos tres archivos - por ejemplo *circunf.html*, *circunf_planilla.ggb* y *geogebra.jar* - tienen que estar dentro de la misma carpeta (directorio) para que la construcción opere dinámicamente. Obviamente, pueden copiarse los tres archivos, además, a otra carpeta.

Atención: El archivo HTML exportado - en el ejemplo *circunf.html* - puede verse con cualquier explorador de Internet (como Mozilla, Internet Explorer). Para que la construcción opere dinámicamente, la computadora debe contar con el Java instalado. Se puede bajar gratuitamente el Java desde <http://www.java.com>. Para emplear una planilla en computadoras en red de una institución educativa, se le puede solicitar al administrador local de la red, que instale Java en las computadoras.

También se puede editar el texto de la planilla con la mayor parte de los sistemas procesadores de texto (como Frontpage, Word, etc.), abriendo el archivo HTML exportado.

Capítulo 6

Opciones

Las opciones que definen lo Global pueden modificarse en el menú *opciones*. Para cambiar el ajuste de los objetos, se apela al menú contextual (3.1.1).

6.1. Captación de Puntos

Captación de los puntos a la grilla

6.2. Unidad Angular

Determina si los ángulos se expresan en grados($^{\circ}$) o radianes (rad).
Siempre pueden ingresarse de ambos modos (grados y radianes).

6.3. Posiciones Decimales

Ajuste de posiciones decimales: 0, 1, ..., 5

6.4. Estilo Puntual

Determina si los puntos se expone como puntos o cruces.

6.5. Gráficos

Determina la calidad de la salida gráfica en la ventana geométrica.

6.6. Medida Tipográfica

Determina la medida en puntos (pt) de la tipografía.

6.7. Idioma

GeoGebra es multilingüe. Aquí puede definirse o modificarse el idioma en uso. Esto afecta a lo que se ingresa, incluso nombres de comandos, y a todas las salidas.

6.8. Zona Gráfica

Abre una ventana donde pueden ajustarse las propiedades de la zona gráfica (ejes, grilla de coordenadas, etc.).

Índice alfabético

- ángulo, 23
 - reflejo, 23
 - valor límite, 23
- área
 - entre dos funciones, 28
 - integral definida, 28
- índice, 23
- L^AT_EX, 20
- Ancho de la Línea, 10
- Angulo
 - comando, 28
 - modo, 18
- Angulo de amplitud dada
 - modo, 18
- Animación, 22
- Arco
 - comando, 35
- arco, 35
- Arco circular dado un centro y dos puntos ex-
tremos
 - modo, 17
- Arco circuncircular que atraviesa tres puntos
 - modo, 17
- ArcoCircular
 - comando, 35
- ArcoCircumcircular
 - comando, 35
- Area
 - comando, 27
- Asíntota
 - comando, 33
- Bisectriz
 - comando, 32
 - modo, 15
- Borra
 - comando, 27
- Círculo
 - comando, 34
- Círculo con centro y radio
 - modo, 16
- Círculo por centro y punto de la circunferencia
 - modo, 16
- Cónica
 - comando, 34
 - cónica, 24
- Cónica dados cinco de sus puntos
 - modo, 16
- Centro
 - comando, 29
- Centroide
 - comando, 29
- Cero
 - comando, 30
- Circunferencia dados tres de sus puntos
 - modo, 16
- Color, 10
- comandos, 26
- Copia estilo visual
 - modo, 13
- decimales
 - posiciones, 42
- Derivada
 - comando, 34
- Deslizador

- modo, 17
- Desplaza
 - modo, 12
- Desplaza Zona Gráfica
 - modo, 12
- Diámetro
 - comando, 33
- Dilata
 - comando, 38
- Dilata un objeto desde un punto
 - modo, 19
- Dirección
 - comando, 31
- Directriz
 - comando, 33
- Distancia
 - comando, 27
 - modo, 17
- Edita, 10
- Ejes
 - comando, 33
- ejes
 - ejeX, ejeY, 24
- EjeSecundario
 - comando, 33
- Elimina, 10
- Elimina objeto
 - modo, 13
- Elipse
 - comando, 34
- estilo puntual, 42
- estilo visual
 - copia, 13
- Excentricidad
 - comando, 28
- expande
 - polinomio, 35
- expone, 10
- Expone / Oculta objeto
 - modo, 13
- Expone / Oculta rótulo
 - modo, 13
- Exporta, 39
- Extremo
 - comando, 36
- Extremos
 - comando, 30
- Fórmula, 20
- Foco
 - comando, 29
- formato
 - copia estilo visual, 13
- Función, 25
 - comando, 35
- función
 - limitada a un intervalo, 25
- Hipérbola
 - comando, 34
- imagen
 - extremo, 36
 - fondo, 21
 - intercala, 20
 - posición, 20
 - transparencia, 21
- imagen de fondo, 21
- impresión
 - protocolo de construcción, 39
- imprime
 - zona gráfica, 39
- index, 26
- ingreso directo, 23
- Insert image
 - mode, 20
- Integral
 - comando, 28, 35
 - definida, 28
- integral
 - indefinida, 35
- Intersección
 - comando, 30
- Intersección de dos objetos
 - modo, 13

- límite
 - función en un intervalo, 25
- Línea
 - estilo del trazo, 10
- Locus
 - modo, 18
- Longitud
 - comando, 27
- LongitudPrimerEje
 - comando, 27
- LongitudSegundoEje
 - comando, 28
- LugarGeométrico
 - comando, 36
- Mediatriz
 - comando, 32
 - modo, 15
- Menú Contextual, 10
- movimientos, 36
- número, 23
 - valor límite, 23
- Nuevo punto
 - modo, 13
- oculta, 10
- operaciones aritméticas, 25
- Parábola
 - comando, 34
- Parámetro
 - comando, 27
- Pendiente
 - comando, 27
- Perpendicular
 - comando, 32
- planilla dinámica, 41
- Polígono
 - modo, 15
- Polígono
 - comando, 32
- Polar
 - comando, 33
- Polinomio
 - comando, 35
- PolinomioTaylor
 - comando, 35
- PrimerEje
 - comando, 33
- protocolo
 - exporta, 40
- Protocolo de Construcción, 11
- protocolo de construcción
 - exporta, 40
- Punto
 - comando, 29
 - medida, 10
- punto, 24
 - elimina de recta: redefine, 11
 - lugar en recta: redefine, 11
- Punto Medio
 - modo, 14
- PuntoInflexión
 - comando, 30
- PuntoMedio
 - comando, 29
- Radio
 - comando, 27
- razón de ejes, 11
- Re-nomina, 10
- Recta
 - comando, 32
- recta, 24
 - convierte a segmento: redefine, 11
- Recta entre dos puntos
 - modo, 15
- Recta Paralela
 - modo, 15
- Recta Perpendicular
 - modo, 15
- Recta Polar o Diámetro
 - modo, 16
- redefine, 11
- Refleja
 - comando, 38

- Refleja un objeto a través de un punto
 - modo, 18
- Refleja un objeto a través de una recta
 - modo, 19
- Relación
 - comando, 26
 - modo, 12
- Rota
 - comando, 37
- Rota alrededor de un punto
 - modo, 12
- Rota un objeto a través de un punto
 - modo, 19
- sección cónica, 24
- Sector
 - comando, 36
- sector, 35
- Sector circular dado un centro y dos puntos extremos
 - modo, 17
- Sector circuncircular que atraviesa tres puntos
 - modo, 17
- SectorCircular
 - comando, 36
- SectorCircuncircular
 - comando, 36
- Segmento
 - comando, 31
- segmento
 - convierte a recta: redefine, 11
- Segmento con una longitud dada a partir de un punto
 - modo, 14
- Segmento entre dos puntos
 - modo, 14
- Semicírculo
 - modo, 17
- Semicircunferencia
 - comando, 35
- Semirrecta
 - comando, 32
- Semirrecta a través de dos puntos
 - modo, 14
- simplifica
 - polinomio, 35
- Sombreado, 10
- SumaInferior
 - comando, 28
- SumaSuperior
 - comando, 28
- Tangente
 - comando, 33
- Tangentes
 - modo, 16
- Texto
 - modo, 19
- transformaciones
 - geométrica, 36
- Translada un objeto por un vector
 - modo, 19
- transparente
 - imagen, 21
- Traslada
 - comando, 37
- Trazo, 11
- Vértice
 - comando, 29
- valor límite
 - número, ángulo, 23
- valores
 - modificación, 22
- Vector
 - comando, 31
- vector, 24
- Vector desde un punto
 - modo, 14
- Vector entre dos puntos
 - modo, 14
- VectorPerpendicular
 - comando, 31
- Versor
 - comando, 31
- VersorPerpendicular

- comando, 31
- zona gráfica
 - al portapapeles, 40
 - exporta, 39
- zoom, 11
- Zoom de Alejamiento
 - modo, 12
- Zoom In
 - mode, 12