

Pomoć za program GeoGebra 2.5

Markus Hohenwarter, www.geogebra.at
Hrvatska verzija: Šime Šuljić, Ela Rac Marinić Kragić

3. svibnja 2005.

Sadržaj

Sadržaj	2
1 Što je program GeoGebra?	5
2 Primjeri	6
2.1 Trokut i kutovi	6
2.2 Linearna jednačba $y = kx + d$	6
2.3 Težište triju točaka A, B, C	7
2.4 Podijeli dužinu AB u omjeru 7 : 3	7
2.5 Sustav linearnih jednačbi s dvije nepoznanice	8
2.6 Tangenta na funkciju po x	8
2.7 Istraživanje polinoma	9
2.8 Integrali	9
3 Geometrijski unos	10
3.1 Opće napomene	10
3.1.1 Skočni izbornik	10
3.1.2 Pokaži i sakrij	10
3.1.3 Trag	11
3.1.4 Zoom	11
3.1.5 Omjer koordinatnih osi	11
3.1.6 Opis konstrukcije	11
3.1.7 Redefiniranje	11
3.2 Načini	11
3.2.1 Opći načini	12
3.2.2 Točka	13
3.2.3 Vektor	13
3.2.4 Dužina	14
3.2.5 Zraka	14
3.2.6 Mnogokut	14
3.2.7 Pravac	14
3.2.8 Konike	15
3.2.9 Luk i isječak	16

3.2.10	Broj i kut	16
3.2.11	Lokus	17
3.2.12	Geometrijske transformacije	17
3.2.13	Tekst	18
3.2.14	Slike	19
3.2.15	Svojstva slike	19
4	Algebarski unos	21
4.1	Opće napomene	21
4.1.1	Izmjena vrijednosti	21
4.1.2	Animacija	21
4.2	Izravan unos	22
4.2.1	Brojevi i kutovi	22
4.2.2	Točke i vektori	22
4.2.3	Pravac	23
4.2.4	Konike	23
4.2.5	Funkcija po x	23
4.2.6	Aritmetičke operacije	24
4.3	Naredbe	25
4.3.1	Opće naredbe	25
4.3.2	Broj	25
4.3.3	Kut	27
4.3.4	Točka	27
4.3.5	Vektor	29
4.3.6	Dužina	30
4.3.7	Zraka	30
4.3.8	Mnogokut	30
4.3.9	Pravac	30
4.3.10	Konike	32
4.3.11	Funkcija	33
4.3.12	Luk i isječak	33
4.3.13	Slika	34
4.3.14	Lokus	35
4.3.15	Geometrijske transformacije	35
5	Ispis i prijenos	37
5.1	Ispis	37
5.1.1	Crtaća ploha	37
5.1.2	Opis konstrukcije	37
5.2	Crtaća ploha kao crtež	37
5.3	Crtaća ploha u međupremnik	38
5.4	Opis konstrukcije kao web-stranica	38
5.5	Dinamični crtež kao web-stranica	38

6	Odrednice	40
6.1	Vezivanje točke na mrežu	40
6.2	Kutna mjera	40
6.3	Decimalna mjesta	40
6.4	Oblik točke	40
6.5	Grafika	40
6.6	Veličina fonta	41
6.7	Jezik	41
6.8	Crtaća ploha	41
	Indeks	42

Poglavlje 1

Što je program GeoGebra?

Program GeoGebra je matematički softver koji povezuje geometriju, algebru i analizu. Razvio ga je Markus Hohenwarter na Sveučilištu u Salzburgu za poučavanje matematike u školama.

S jedne strane, program GeoGebra je program dinamične geometrije. Možemo raditi konstrukcije s točkama, vektorima, dužinama, pravcima, konikama kao i s funkcijama i zatim ih dinamički mijenjati.

S druge strane, jednadžbe i koordinate možemo unositi izravno. Na taj način program GeoGebra je u mogućnosti baratati s varijablama za brojeve, vektore i točke, tražiti derivacije i integrale funkcija, kao i ponuditi naredbe poput Nultočka i Ekstrem.

Ova dva pristupa su obilježja programa GeoGebra: izraz u algebarskom prozoru odgovara objektu u geometrijskom prozoru i obratno.

Poglavlje 2

Primjeri

Pogledajmo nekoliko primjera da dobijemo utisak o mogućnostima programa GeoGebra.

2.1 Trokut i kutovi

- Za početak izaberimo način *Nova točka* (vidi 3.2) u alatnoj traci i kliknimo tri puta na crtaču plohu kako bismo kreirali tri vrha A, B i C trokuta.
- Izaberimo način *Mnogokut* i kliknimo na točke A, B, C i ponovo na A kako bismo kreirali trokut P. U algebarskom prozoru vidi se površina trokuta.
- Da dobijemo kutove našeg trokuta izaberimo način *Kut* u alatnoj traci i kliknimo na trokut.

Sada izaberimo način *Pomicanje* i povlačimo vrhove kako bismo dinamički mijenjali trokut. Ukoliko ne trebate algebarski prozor i koordinatne osi, sakrijte ih uporabom izbornika *Prikaz*.

2.2 Linearna jednađžba $y = kx + d$

Obratit ćemo pažnju na značenje k i d u linearnoj jednađžbi $y = kx + d$ isprobavajući različite vrijednosti za k i d . Kako bismo to postigli možemo upisati sljedeće retke u polje za unos na dnu prozora (pritisni enter na kraju svakog retka).

$$\begin{aligned}k &= 1 \\d &= 2 \\y &= kx + d\end{aligned}$$

Sada možemo mijenjati k i d u algebarskom prozoru (desni klik miša, *Uređivanje*) ili u polju za unos

$$\begin{aligned}k &= 2 \\k &= -3 \\d &= 0 \\d &= -1\end{aligned}$$

Možemo mijenjati k i d vrlo jednostavno sa strelicama na tipkovnici (animacija, 4.1.2) ili klizačima (desni klik na k ili d , Pokaži objekt; vidi 3.2.10).

Na sličan način možemo istraživati jednadžbe konika kao što su $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ ili $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$.

2.3 Težište triju točaka A, B, C

Konstruirat ćemo težište triju točaka upisujući sljedeće retke u polju za unos (pritisni enter na kraju unosa svakog retka).

Naravno, možemo koristiti miš za ovu konstrukciju koristeći načine (vidi 3.2) u alatnoj traci.

```
A = (-2, 1)
B = (5, 0)
C = (0, 5)
M_a = Polovište[B, C]
M_b = Polovište[A, C]
s_a = Pravac[A, M_a]
s_b = Pravac[B, M_b]
S = Sjecište[s_a, s_b]
```

Alternativno računamo težište izravno ovako

```
S1 = (A + B + C) / 3
```

i uspoređujemo oba rezultata pomoću naredbe

```
Veza[S, S_1]
```

Posebno možemo eksperimentirati je li $S = S_1$ istinito za različite položaje točaka A, B, C. Ovo radimo izborom načina *Pomicanje* (dugme sasvim lijevo na alatnoj traci) pomoću miša i povlačimo točke.

2.4 Podijeli dužinu AB u omjeru 7 : 3

Kako nam program GeoGebra omogućuje da računamo s vektorima? Vrlo jednostavno.

```
A = (-2, 1)
B = (3, 3)
T = A + 7/10 (B - A)
```

Drugačije to možemo napraviti i ovako

$$\begin{aligned} A &= (-2, 1) \\ B &= (3, 3) \\ v &= \text{Vektor}[A, B] \\ T &= A + 7/10 v \end{aligned}$$

U narednom koraku možemo uvesti broj t (npr. klizačem, 3.2.10) i redefinirati točku T kao $T = A + t v$ (vidi 3.1.7). Mijenjajući t uočavamo da se T kreće po pravcu.

Pravac se može uvesti i u parametarskom obliku (vidi 4.2.3):

$$g: X = T + s v$$

2.5 Sustav linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Linearne jednadžbe po x i y možemo interpretirati kao pravce. Algebarsko rješenje je sjecište dvaju pravaca.

$$\begin{aligned} g &: 3x + 4y = 12 \\ h &: y = 2x - 8 \\ S &= \text{Sjecište}[g, h] \end{aligned}$$

Možemo na dva načina mijenjati jednadžbu: uređivanjem (desni klik, *Uređivanje*) i pomicati ili vrtiti pravac pomoću miša (*Pomicanje*, 3.2.1; *Vrtnja oko točke*, 3.2.1)

2.6 Tangenta na funkciju po x

Program GeoGebra nudi naredbu za tangentu na funkciju $f(x)$ u njoj točki $x=a$.

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ f(x) &= 2 \sin(x) \\ t &= \text{Tangenta}[a, f] \end{aligned}$$

Animiramo li točku a (vidi 4.1.2) tangenta će kliziti duž grafa f .

Drugi način da se ovo napravi mogao bi biti

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ f(x) &= 2 \sin(x) \\ T &= (a, f(a)) \\ t &: X = T + s (1, f'(a)) \end{aligned}$$

Dobit ćemo točku T na grafu f . Tangenta t je dana u parametarskom obliku.

Možemo konstruirati tangentu i geometrijski:

- Izaberimo način *Nova točka* (vidi 3.2) i kliknimo na graf funkcije f .

- Izaberimo način *Tangenta* i kliknimo na graf funkcije f i tada na točku koju smo malo prije kreirali.

Sada izaberimo način *Pomicanje* i mičimo točku duž grafa funkcije uz pomoć miša. Tangenta se mijenja dinamički.

2.7 Istraživanje polinoma

Pomoću programa GeoGebra možemo istraživati korjene, lokalne ekstreme i točke pregiba polinoma.

```
f(x) = x^3 - 3 x^2 + 1
N = Nultočka[f]
E = Ekstrem[f]
W = TočkaPregiba[f]
```

U načinu *Pomicanje* možemo povlačiti funkciju pomoću miša. S tog su gledišta interesantne prva i druga derivacija funkcije f .

```
Derivacija[f]
Derivacija[f, 2]
```

2.8 Integrali

Kako bismo se upoznali s integralima program GeoGebra nudi mogućnost vizualizacije donje i gornje sume funkcije pomoću pravokutnika.

```
f(x) = x^2/4 + 2
a = 0
b = 2
n = 5
L = DonjaSuma[f, a, b, n]
U = GornjaSuma[f, a, b, n]
```

Animirajući a , b ili n (animacija, 4.1.2; klizač, 3.2.10) možemo utjecati na ove parametre vizualno. Za povećavanje broja n možemo izabrati vrijednost 1 za *Korak* (desni klik na n , *Svojstva*).

Određeni integral ćemo prikazati ovako:

```
Integral[f, a, b]
```

Neodređeni integral F kreiramo koristeći:

```
F = Integral[f]
```

Poglavlje 3

Geometrijski unos

Sada ćemo objasniti kako se koristi miš u programu GeoGebra.

3.1 Opće napomene

Geometrijski prozor (desni) crta točke, vektore, dužine, mnogokute, grafove funkcija, zrake, pravce i konike. Uvijek kada mišem prelazimo preko nekog objekta javlja se njegov opis. Ponekad ćemo geometrijski prozor nazivati i *crtaća ploha*.

Nekoliko je načina kako reći programu GeoGebra kako da reagira na unose mišem (nova točka, sjecište, kružnica kroz tri točke, ...). Detaljnije ćemo to objasniti kasnije u (3.2).

Dvostrukim klikom miša na objekt u algebarskom prozoru otvara se polje za uređivanje objekta.

3.1.1 Skočni izbornik

Desnim klikom miša na objekt otvara se skočni izbornik u kojem se može izabrati algebarski zapis (polarne ili kartezijeve koordinate, implicitna ili eksplicitna jednažba, ...). Također možete naći naredbe kao što je Preimenovanje, Uređivanje ili Brisanje.

Izborom "Svojstva" otvara se dijaloški prozor u kojem možete mijenjati boju, veličinu, debljinu crte, vrstu crte, ispunu itd.

3.1.2 Pokaži i sakrij

Geometrijski objekti mogu biti vidljivi (pokaži) ili nevidljivi (sakrij). Upotrebom dugmeta *Pokaži/sakrij objekt* (3.2.1) ili skočnog izbornika (3.1.1) mijenjate stanje objekta. Ikona koja se nalazi lijevo od objekta u algebarskom prozoru govori nam o stanju vidljivosti objekta.

3.1.3 Trag

Geometrijski objekti mogu ostavljati trag na zaslonu kada se miču. Upotrebom skočnog izbornika (3.1.1) možete uključiti ili isključiti trag.

Naredba *Osvježi* iz izbornika *Prikaz* čisti sve tragove

3.1.4 Zoom

Kliknete li desnom tipkom miša na crtaću plohu skočni izbornik daje vam mogućnost povećanja ili smanjenja crteža. To isto možete napraviti dugmetom *Povećanje* (3.2.1) odnosno *Smanjenje* (3.2.1).

Ako desnim klikom povlačite po crtaćoj plohi povećat će se označeni pravokutnik.

3.1.5 Omjer koordinatnih osi

Desni klik na crtaću plohu daje skočni izbornik u kojem možete mijenjati omjer x-os:y-os.

3.1.6 Opis konstrukcije

Interaktivni opis konstrukcije (izbornik *Prikaz*) je tabela koja prikazuje sve konstrukcijske korake. Pomoću nje možete ponoviti konstrukciju korak po korak. Čak je moguće ubaciti konstrukcijski korak ili mijenjati njihov redosljed. S detaljima se možete upoznati u *Pomoći* Opisa konstrukcije.

3.1.7 Redefiniranje

Neki objekt može biti *redefiniran* uporabom skočnog izbornika (3.1.1). To je vrlo korisno za naredne promjene u vašoj konstrukciji. Možete također otvoriti dijaloško polje *Redefiniranje* dvostrukim klikom na zavisni objekt.

Želite li slobodnu točku A položiti na pravac h, izaberite *Redefiniranje* za točku A i unesite *Točka[h]*. Želite li da ona više ne pripada pravcu, već da bude slobodna, redefinirajte ju s nekim koordinatama kao npr. $(3, 2)$.

Drugi primjer je pretvaranje pravca kroz dvije točke A i B u dužinu: izaberi *Redefiniranje* i unesi *Dužina[A, B]*.

Redefiniranje objekata je vrlo zgodan alat za naknadnu promjenu konstrukcije. Na ovaj način mogu koraci konstrukcije mijenjati i redosljed u *Opisu konstrukcije* (3.1.6).

3.2 Načini

Klikom na ikone u alatnoj traci možemo odabrati opisane načine crtanja. Klikom na malu strelicu pored ikone otvaraju se ostali načini.

Odabrali neki objekt znači *kliknuti na njega mišem*. U svim konstrukcijskim načinima može se crtati nove točke jednostavnim klikom na crtaću plohu.

3.2.1 Opći načini

Pomicanje

Povlačenje i ispuštanje nezavisnih objekata pomoću miša.

Odaberite objekt klikom na njega dok ste u načinu *Pomicanje*, a zatim možete:

- obrisati ga tipkom *Del*
- pomicati ga pomoću strelica na tipkovnici (vidi 4.1.2)

Držite pritisnutu tipku *Ctrl* da bi odabrali nekoliko objekata.

Vrtanja oko točke

Najprije izaberite točku za središte vrtnje. Potom možete slobodno vrtjeti objekt oko središta povlačeći ga mišem.

Veza

Označe se dva objekta da se dobije informacija o njihovom međusobnom odnosu. (4.3.1).

Pomicanje crtaće plohe

Povlačenje i ispuštanje da bi se promijenio položaj ishodišta koordinatnog sustava.

Crtaću plohu možete pomicati i istovremenim pritiskom tipke *Ctrl* i povlačenjem miša.

Povećanje

Kliknite bilo gdje na crtaću plohu da bi je povećali (vidi 3.1.4).

Smanjenje

Kliknite bilo gdje na crtaću plohu da bi je smanjili (vidi 3.1.4).

Pokaži / sakrij objekt

Kliknite na objekt da bi ga pokazali odnosno sakrili. Svi objekti odabrani za skrivanje bit će naglašeni. Promjena nastupa kada kliknete na bilo koje dugme u alatnoj traci.

Pokaži / sakrij oznaku

Kliknite na objekt da bi pokazali odnosno sakrili njegovu oznaku.

Prenositelj oblikovanja

Ovim načinom možete prenositi svojstva objekta kao što su boja, veličina, vrsta crte itd. s jednog objekta na nekoliko drugih.

Najprije kliknite na objekt čije svojstva želite prenijeti, a potom na objekte kojima ćete prideliti ta svojstva.

Brisanje objekta

Kliknite na objekt koji želite obrisati

3.2.2 Točka

Nova točka

Klikom na crtaću plohu kreira se nova točka. Njoj se pridružuju koordinate u algebarskom prozoru dočim pustimo tipku miša.

Klikom na dužinu, zraku, pravac, koniku ili graf funkcije crta se točka koja pripada tom objektu. Klikom na sjecište dvaju objekata crta se presječna točka.

Sjecište dvaju objekata

Do sjecišta dvaju objekata može se doći na dva načina

1. Odaberite dva objekta i sva će sjecišta biti kreirana ako je to moguće.
2. Klikom na mjesto na ekranu gdje se sijeku dva objekta dobivamo samo to određeno sjecište.

Za dužine, zrake ili lukove možete naglasiti želite li omogućiti *Sjecište u produžetku* (svojstva, 3.1.1). Tako možete dobiti sjecište koje leži na produžetku objekta. Na primjer produžetak dužine ili zrake je pravac.

Polovište

Kliknite na ...

1. dvije točke da bi dobili njihovo polovište.
2. dužinu da bi dobili njezino polovište.
3. koniku da bi dobili njeno središte.

3.2.3 Vektor

Vektor između dviju točaka

Samo odaberite početak i kraj vektora.

Vektor iz točke

Odaberite točku A i vektor v da bi dobili točku $B = A + v$ i novi vektor iz A u B.

3.2.4 Dužina

Dužina između dviju točaka

Odabirom dviju točaka nacrtana se dužina. U algebarskom prozoru zapisana je duljina te dužine.

Dužina zadane duljine iz točke

Kliknite na točku A koja će biti prva rubna točka dužine. Unesite željenu duljinu dužine u dijaloško polje.

Rezultat će biti dužina zadane duljine s drugom rubnom točkom B. Rubna točka B može se vrtiti s dugmetom *Pomicanje* oko početne točke A.

3.2.5 Zraka

Zraka kroz dvije točke

Odabirom točke A i točke B crta se zraka s početkom u točki A koja prolazi točkom B. U algebarskom prozoru vidi se jednadžba pravca nositelja te zrake.

3.2.6 Mnogokut

Mnogokut

Odaberite najmanje tri točke, jednu po jednu i ponovo kliknite na početnu. U algebarskom prozoru vidjet će se površina mnogokuta.

3.2.7 Pravac

Pravac kroz dvije točke

Izborom dviju točaka A i B u ovom načinu crta se pravac kroz točke A i B. Smjer pravca je vektor (B-A).

Usporednica

Odabirom pravca g i točke A zadan je pravac kroz A usporedan s g. Smjer je jednak smjeru pravca g.

Okomica

Odabirom pravca g i točke A dobiva se pravac kroz A okomit na g . Smjer je jednak smjeru vektora okomitog na g (vidi 4.3.5).

Simetrala dužine

Simetrala dužine se zadaje dužinom s ili dvjema točkama A i B . Smjer je jednak smjeru vektora okomitog na dužinu s ili AB (vidi 4.3.5).

Simetrala kuta

Simetrala kuta može se zadati na dva načina.

1. Odabir triju točaka A , B , C dat će simetralu kuta kojeg čine ove tri točke, gdje je B vrh.
2. Odabir dvaju pravaca dat će dvije simetrane kuta zadanog para pravaca.

Vektor smjera svih simetrala kuta ima duljinu 1.

Tangente

Tangente na konike možemo zadati na dva načina:

1. Odabir točke A i konike c daje sve tangente na c koje prolaze kroz A
2. Odabir pravca g i konike c daje sve tangente na c koje su usporedne s g .

Odabir točke A i funkcije f daje sve tangente od f u diralištu $x=x(A)$.

Polara ili konjugirani promjer

Ovaj način daje polaru, odnosno konjugirani promjer konike.

1. Odabir točke i konike daje polaru.
2. Odabir pravca ili vektora i konike daje pravac nositelj konjugiranog promjera.

3.2.8 Konike**Kružnica određena središtem i jednom točkom**

Odabirom točke M i točke P definiramo kružnicu sa središtem u M koja prolazi kroz P . Polumjer ove kružnice je udaljenost MP .

Kružnica sa središtem i polumjerom

Odabirom točke M određeno je središte, a u otvoreno dijaloško polje unesite duljinu polumjera.

Kružnica kroz tri točke

Odabir triju točaka A, B, C određuje kružnicu kroz te tri točke. Ako tri točke leže na jednom pravcu kružnica degenerira u taj pravac.

Konika kroz pet točaka

Odabir pet točaka proizvodi koniku kroz njih. Ako bilo koje četiri od ovih pet točaka ne leže na pravcu, konika je određena.

3.2.9 Luk i isječak

Algebarska vrijednost luka je njegova duljina, a isječka površina.

Polukružnica

Odabir točaka A i B daje polukružnicu nad dužinom AB.

Kružni luk određen središtem i dvjema točkama

Odabir triju točaka M, A i B daje kružni luk sa središtem M, početnom točkom A i krajnjom točkom B. Napomena: točka B ne mora ležati na luku.

Kružni isječak određen središtem i dvjema točkama

Odabir triju točaka M, A i B daje kružni isječak sa središtem M, početnom točkom A i krajnjom točkom B. Napomena: točka B ne mora ležati na isječku.

Luk opisan trima točkama

Odabirom tri točke dobiva se kružni luk kroz te tri točke.

Isječak opisanog luka trima točkama

Odabirom tri točke dobiva se kružni isječak koji pripada kružnom luku kroz te tri točke.

3.2.10 Broj i kut**Udaljenost**

Rezultat ovog načina je udaljenost između ...

1. dviju točaka
2. dva pravca
3. točke i pravca

Klizači

Kliknite na slobodnu površinu na crtačoj plohi da bi kreirali klizače za brojeve ili kutove. Dijaloški prozor tražit će određivanje intervala [min, max] broja, odnosno kuta i širinu klizača (u pikselima).

U programu GeoGebra klizač ne predstavlja ništa drugo doli grafičku predodžbu broja ili kuta. Uvijek možete lako kreirati klizač za svaki slobodan broj odnosno kut izborom pokazivanja objekta (desni klik, *Pokaži objekt*).

Položaj klizača može biti apsolutan na zaslonu ili relativan u koordinatnom sustavu (vidi svojstva odgovarajućih brojeva i kutova, 3.1.1).

Kut

Ovaj način daje ...

1. kut između tri točke
2. kut između dvije dužine
3. kut između dva pravca
4. kut između dva vektora
5. sve unutarnje kutove mnogokuta

Svi ovako dobiveni kutovi nalaze se u intervalu od 0 do 180°. Ako želite omogućiti *nadopunu do punog kuta*, podesite postavke u dijaloškom prozoru *Svojstva* 3.1.1).

Kut zadane veličine

Nakon označavanja dviju točki A i B otvorit će se dijaloško polje koje će tražiti veličinu kuta. Dobivate točku C i kut α , gdje je $\alpha = \angle ABC$.

3.2.11 Lokus

Lokus

Najprije odaberite točku Q čiji lokus želite dobiti. Potom kliknite na točku P o kojoj je točka Q zavisna. Napomena: točka P je točka na nekom objektu (pravac, dužina, kružnica, ...).

3.2.12 Geometrijske transformacije

Geometrijske transformacije odnose se na točke, pravce, konike, mnogokute i slike.

Zrcaljenje objekta preko točke

Odaberite objekt za zrcaljenje, a potom kliknite na točku preko koje će se zrcaliti (središte simetrije).

Zrcaljenje objekta preko pravca

Odaberite objekt za zrcaljenje, a potom kliknite na pravac (os simetrije) preko kojeg zrcalite.

Rotacija objekta oko točke

Odaberite objekt koji ćete rotirati, a potom kliknite na točku koja će biti središte rotacije. U otvoreno dijaloško polje upišite kut rotacije.

Translacija objekta za vektor

Odaberite objekt i kliknite na vektor.

Rastezanje objekta iz točke

Odaberite objekt, a zatim kliknite na točku koja će biti središte rastezanja (homotetije). Otvara se dijaloško polje u koje se upisuje faktor rastezanja.

3.2.13 Tekst**Tekst**

U ovom načinu možete kreirati tekst ili \LaTeX formule.

1. Klikom na crtaću plohu kreira se novi tekst na tom mjestu.
2. Klikom na točku kreira se tekst čiji je položaj vezan uz tu točku.

Nakon toga, otvara se dijaloško polje u koje možete unositi tekst. Moguće je također koristiti vrijednosti objekata i tako kreirati dinamični tekst.

Unos	Opis
"Ovo je tekst"	obični tekst
"Točka A = " + A	dinamični tekst korištenjem vrijednosti točke A
"a = " + a + "cm"	dinamični tekst korištenjem vrijednosti dužine a

Položaj teksta može biti apsolutan na zaslonu ili relativan u koordinatnom sustavu (vidi svojstva teksta, 3.1.1).

L^AT_EX formule

U programu GeoGebra možete pisati i matematičke formule. Da to napravite treba označiti okvir za L^AT_EX formule dijaloškog okvira u tekstualnom načinu i upisati formulu u sintaksi programa L^AT_EX. Ovdje su objašnjene neke važne naredbe programa L^AT_EX. Molim pogledajte bilo koju L^AT_EX dokumentaciju za vašu informaciju.

L ^A T _E X unos	Rezultat
<code>a \cdot b</code>	$a \cdot b$
<code>\frac{a}{b}</code>	$\frac{a}{b}$
<code>\sqrt{x}</code>	\sqrt{x}
<code>\sqrt[n]{x}</code>	$\sqrt[n]{x}$
<code>\vec{v}</code>	\vec{v}
<code>\overline{AB}</code>	\overline{AB}
<code>x^{2}</code>	x^2
<code>a_{1}</code>	a_1
<code>\sin\alpha + \cos\beta</code>	$\sin \alpha + \cos \beta$
<code>\int_a^b x dx</code>	$\int_a^b x dx$
<code>\sum_{i=1}^n i^2</code>	$\sum_{i=1}^n i^2$

3.2.14 Slike

Umetanje slike

Ovaj način omogućuje vam umetanje slika u vašu konstrukciju.

1. Klikom na crtaću plohu odredili ste položaj lijevog donjeg ugla slike.
2. Klikom na točku odredili ste točku na koju se vezuje lijevi donji ugao slike.

Nakon toga otvara se dijaloški prozor za otvaranje datoteka u kojem odabirete željenu sliku.

3.2.15 Svojstva slike

Položaj

Položaj slike može biti apsolutan na zaslonu ili relativan u koordinatnom sustavu (vidi svojstva slike, 3.1.1). To se postiže određivanjem tri točke koje se pridružuju uglovima slike. To vam daje i mogućnost smanjenja ili povećanje, zakretanja i ukošenja slike.

- 1. ugao: položaj lijevog donjeg ugla slike.
- 2. ugao (desni donji): njega se može podesiti jedino ako je prethodno određen 1. ugao. 2. ugao kontrolira širinu slike.

- 4. ugao (gornji lijevi): njega se može podesiti jedino ako je prethodno određen 1. ugao. Kontrolira visinu slike.

Nacrtajte tri točke A, B i C i istražite učinak pridruživanja tih točaka uglovima slike. Postavite točku A kao prvi i B kao drugi ugao vaše slike. Povlačenjem točaka A i B u načinu *Pomicanje* otkrit ćete njihov učinak vrlo lako. Podesite sada točku A kao prvu i C kao četvrtu. I na kraju postavite sve tri točke na uglove slike, pa uočite kako povlačenje točaka utječe na sliku.

Vidjeli ste kako utjecati na položaj i veličinu slike. Ako želite priključiti sliku točki A i odrediti njezinu širinu na 3 i visinu na 4 jedinične dužine, napravite sljedeće:

- 1. ugao: A
- 2. ugao: A + (3,0)
- 4. ugao: A + (0,4)

Kada budete povlačili točku A alatom *Pomicanje* slika neće mijenjati veličinu. Vidi naredbu *Ugao* (4.3.13).

Pozadinska slika

Možete podesiti sliku da bude *pozadinska slika* (svojstva slike, 3.1.1). Pozadinska slika leži iza koordinatnih osi i ne može se odabrati pomoću miša.

Za promjenu svojstava pozadinske slike potrebno je izabrati *Svojstva* u izborniku *Uređivanje*.

Prozirnost

Slika se može učiniti transparentnom tako da se vide koordinatne osi ili slika koja leži iza nje. Možete podesiti transparentnost slike određujući vrijednost *Ispune* od 0% do 100% (Svojstva, 3.1.1).

Poglavlje 4

Algebarski unos

Ovdje ćemo objasniti kako se upotrebljava tipkovnica za unos podataka u programu GeoGebra.

4.1 Opće napomene

Vrijednosti, koordinate i jednadžbe *nezavisnih* i *zavisnih* objekata prikazani su u algebarskom prozoru na lijevoj strani. Nezavisni objekti ne zavise o bilo kojem drugom objektu i mogu se izravno mijenjati.

Unositi se može u polje za unos na dnu prozora. To će biti detaljno opisano kasnije u poglavljima (4.2 i 4.3).

4.1.1 Izmjena vrijednosti

Nezavisni objekti mogu se mijenjati, zavisni ne. Vrijednost nezavisnih objekata možemo mijenjati tako da unesemo novu vrijednost u tekstualnom polju za unos kako je opisano u (4.2).

Druga je mogućnost da to napravimo odabirom naredbe Uređivanje u Skočnom izborniku (3.1.1).

4.1.2 Animacija

Želimo li neprekidno mijenjati neki broj ili kut trebamo u načinu Pomicanje (3.2.1), izabrati broj ili kut i pritiskati tipku + ili -.

Držimo li jednu od tih tipki dobit ćemo animaciju. Na primjer, ako koordinate točke zavise o broju k kao u $P = (2k, k)$, točka će se pomicati uzduž pravca dok se k neprekidno mijenja.

Sa strelicama možemo pomicati bilo koji nezavisni objekt u načinu Pomicanje. Korak (pomak) možemo podesiti u dijaloškom prozoru Svojstva (3.1.1).

- Ctrl + strelica ... 10 * veličina pomaka
- Alt + strelica ... 100 * veličina pomaka

Točka na krivulji također se može pomicati koristeći tipke + ili -.

4.2 Izravan unos

U programu GeoGebra možemo rukovati brojevima, kutovima, točkama, vektorima, dužinama, pravcima i konikama. Objasniti ćemo kako ove objekte upisujemo pomoću koordinata ili jednadžbi.

Također možemo koristiti indekse u nazivu objekata: A_1 odnosno s_{AB} pišemo kao A_1 odnosno $s_{\{AB\}}$.

4.2.1 Brojevi i kutovi

Brojevi i kutovi koriste znak $.$ kao decimalnu točku.

$$\text{broj } r \mid r = 5.32$$

Kutovi se zadaju u stupnjevima ($^\circ$) ili radijanima (rad). Konstanta π je korisna kod radijana.

	stupanj	radijan
kut α	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = \pi / 3$

Program GeoGebra sve interne proračune izvodi u radijanima.

Klizači i strelice

Nezavisne brojeve i kutove možemo prikazati kao klizače na crtačoj plohi (vidi 3.2.10). Pomoću strelica možemo mijenjati brojeve i kutove u algebarskom prozoru (vidi 4.1.2).

Granične vrijednosti intervala

Nezavisni brojevi i kutovi mogu se ograničiti intervalom $[\min, \max]$ (svojstva, 3.1.1). Taj se interval također koristi kod klizača (vidi 3.2.10).

Za svaki zavisni kut možemo naznačiti da li želimo omogućiti *nadopunu do punog kuta* ili ne (svojstva, 3.1.1).

4.2.2 Točke i vektori

Točke i vektori mogu se upisivati u kartezijevim ili polarnim koordinatama (4.2.1). Točke označavamo velikim a vektore malim slovima.

	kartezijeve koordinate	polarne koordinate
točka P	$P = (1, 0)$	$P = (1; 0^\circ)$
vektor v	$v = (0, 5)$	$v = (5; 90^\circ)$

4.2.3 Pravac

Pravac zadajemo u obliku linearne jednadžbe s dvije nepoznanice x i y , ili u parametarskom obliku. U oba slučaja možemo koristiti prethodno definirane varijable (brojeve, točke, vektore). Oznaka za pravac mora biti zadana na početku unosa odvojena dvotočkom.

	jednadžba	parametarski oblik
pravac g	$g : 3x + 4y = 2$	$g : X = (-5, 5) + t (4, -3)$

Neka je npr. zadano $k=2$ i $d=-1$. Tada možemo zadati pravac g pomoću linearne jednadžbe $g : y = kx + d$.

xOs i yOs

Objektive koordinatne osi možemo koristiti u naredbama pozivajući nazive osi pomoću xOs i yOs . Na primjer, naredba `Okomica[A, xOs]` konstruira pravac točkom A okomit na x os.

4.2.4 Konike

Konike upisujemo kao jednadžbe drugog stupnja po x i y . Možemo koristiti prethodno definirane varijable (brojeve, točke, vektore). Oznaka za koniku mora se zadati na početku unosa odvojena dvotočkom.

	jednadžba
elipsa el	$el : 9x^2 + 16y^2 = 144$
hiperbola hip	$hip : 9x^2 - 16y^2 = 144$
parabola par	$par : y^2 = 4x$
kružnica $k1$	$k1 : x^2 + y^2 = 25$
kružnica $k2$	$k2 : (x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$

Neka je npr. zadano $a=4$ i $b=3$. Tada možemo zadati elipsu el ovako - $el : b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$.

4.2.5 Funkcija po x

Zadavati funkciju možemo već prethodno zadanim varijablama (brojevima, točkama, vektorima, ...) i drugim funkcijama.

	Unos
funkcija f	$f(x) = 3x^3 - x^2$
funkcija g	$g(x) = \tan(f(x))$
neimenovana funkcija	$\sin(3x) + \tan(x)$

Sve interne funkcije (poput \sin , \cos , \tan itd.) opisane su u poglavlju o aritmetičkim operacijama 4.2.6.

Integral funkcije dobivamo naredbom (4.3.11), a derivaciju funkcije (4.3.11). Također možemo koristiti $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, ... za derivacije prethodno zadane funkcije $f(x)$:

$$f(x) = 3x^3 - x^2$$

$$g(x) = \cos(f'(x + 2))$$

Funkciju možemo pomicati za zadani vektor (4.3.15), a nezavisnu funkciju možemo pomicati mišem.

Ograničenje funkcije na interval

Da bi ograničili funkciju unutar zadanog intervala $[a, b]$ treba koristiti naredbu `Funkcija` (vidi 4.3.11).

4.2.6 Aritmetičke operacije

Zadavati brojeve, jednadžbe i koordinatne točke (4.2) možemo i pomoću aritmetičkih izraza sa zagradama. Slijedeće su operacije dostupne:

operacija	unos
zbrajanje	+
oduzimanje	-
množenje, skalarni umnožak	* ili razmak
djeljenje	/
potenciranje	^ ili $^2, ^3$
faktorijela	!
gamma funkcija	gamma()
zgrade	()
x-koordinata	x()
y-koordinata	y()
apsolutna vrijednost	abs()
predznak	sgn()
kvadratni korijen	sqrt()
eksponencijalna funkcija	exp()
logaritam (prirodni)	log()
kosinus	cos()
sinus	sin()
tangens	tan()
arkus kosinus	acos()
arkus sinus	asin()
arkus tangens	atan()
kosinus hiperbolni	cosh()
sinus hiperbolni	sinh()
tangens hiperbolni	tanh()
Area kosinus hiperbolni	acosh()
Area sinus hiperbolni	asinh()

Area tangens hiperbolni		atanh()
najveće cijelo manje od ili jednako		floor()
najmanje cijelo veće od ili jednako		ceil()

Na primjer, polovište M između A i B može se upisati kao $M = (A+B) / 2$. Duljinju vektora v možemo izračunati koristeći $l = \text{sqrt}(v \cdot v)$.

Također možemo u programu GeoGebra raditi proračune s točkama i vektorima.

4.3 Naredbe

Pomoću naredbi možemo stvarati nove ili mijenjati postojeće objekte. Sjecište dvaju pravaca g i h je nova točka, na primjer: $S = \text{Sjecište}[g, h]$ (4.3.4).

Rezultatu naredbe možemo pridijeliti oznaku iza koje slijedi $=$. U našem primjeru $S = \text{Sjecište}[g, h]$ nova točka je označena S .

Možemo koristiti i indekse u nazivu objekata: A_1 odnosno s_{AB} pišemo kao A_1 odnosno s_{AB} .

4.3.1 Opće naredbe

Veza

Veza[objekt a, objekt b] pokazuje poruku o vezi između objekta a i b.

Ova nam naredba omogućuje da odredimo jesu li dva objekta jednaka, da li točka leži na pravcu ili koniki, i u kojem su međusobnom položaju pravac i konika (tangenta, sekanta, pravac bez zajedničkih točaka, ili asimptota konike).

Brisanje

Brisanje[objekt] Izbriše dani objekt i sve one koji su od njega zavisni.

4.3.2 Broj

Duljina

Duljina[vektor] Duljina vektora

Duljina[točka A] Duljina radij vektora točke A

Površina

Površina[točka A, točka B, točka C, ...] Površina mnogokuta koji je definiran danim točkama

Udaljenost

Udaljenost [točka A, točka B] Udaljenost dviju točaka A i B

Udaljenost [točka A, pravac g] Udaljenost točke A i pravca g

Udaljenost [pravac g, pravac h] Udaljenost pravaca g i h. Udaljenost pravaca koji se sijeku je 0. Ova je funkcija korisna za paralelne pravce.

Nagib

Nagib[pravac] Nagib pravca, kojeg ova naredba također i crta kao trokut ispod ili iznad pravca, čiju veličinu možemo mijenjati (vidi Svojstva, 3.1.1).

Polumjer

Polumjer[kružnica] Polumjer kružnice

Parametar

Parametar[parabola] Parametar parabole (udaljenost ravnalice i žarišta)

GlavnaPoluos

GlavnaPoluos[konika] Duljina glavne poluosi konike

SporednaPoluos

SporednaPoluos[konika] Duljina sporedne poluosi konike

Ekscentricitet

Ekscentricitet[konika] Ekscentricitet konike

Integral

Integral[funkcija f, broj a, broj b] Određeni integral funkcije f(x) od a do b. Ova funkcija crta i površinu između grafa funkcije i x-osi.

Integral[funkcija f, funkcija g, broj a, broj b] Određeni integral od f(x)-g(x) od a do b. Ova naredba također crta površinu između grafova funkcija f i g.

Vidi neodređeni integral, 4.3.11.

DonjaSuma

DonjaSuma[funkcija f, broj a, broj b, broj n] donja suma funkcije f na intervalu [a,b] s n pravokutnika. Ova naredba također crta pravokutnike donje sume.

GornjaSuma

GornjaSuma[funkcija f, broj a, broj b, broj n] gornja suma funkcije f na intervalu [a,b] s n pravokutnika. Ova naredba također crta pravokutnike gornje sume.

4.3.3 Kut**Kut**

Kut[vektor, vektor] Kut između dva vektora (od 0 do 360°)

Kut[pravac, pravac] Kut između vektora smjera dvaju pravaca (od 0 do 360°)

Kut[točka A, točka B, točka C] Kut kojeg zatvaraju BA i BC (od 0 do 360°). B je vrh.

Kut[točka A, točka B, kut alfa] Kut veličine alfa crtan iz točke B kroz vrh A. Također je kreirana točka Rotacija[B, A, a].

Kut[konika] Kut zakreta glavne osi konike (4.3.9)

Kut[vektor v] Kut između x osi i vektora v

Kut[točka A] Kut između x osi i radij vektora točke A

Kut[broj] Pretvara broj u kut (rezultat je između 0 i 2pi)

Kut[mnogokut] Svi unutarnji kutovi mnogokuta

4.3.4 Točka**Točka**

Točka[pravac] Točka na pravcu

Točka[konika] Točka na koniki (npr. kružnici, elipsi, hiperboli)

Točka[funkcija] Točka na funkciji

Točka[vektor] Točka na vektoru

Točka[točka P, vektor v] Točka $P + v$

Polovište

Polovište[točka A, točka B] Polovište između A i B

Polovište[dužina] Polovište dužine

Središte

Središte[konika] Središte konike (npr. kruga, elipse, hiperbole)

žarište

žarište[konika] (Sva) žarišta konike

Tjeme

Tjeme[konika] (Sva) tjemena konike

Težište

Težište[mnogokut] Težište mnogokuta

Sjecište

Sjecište[pravac g, pravac h] Sjecište pravaca g i h

Sjecište[pravac g, konika c] Sjecište pravca g i konike c (najviše 2)

Sjecište[pravac g, konika c, broj n] n-to sjecište pravca g i konike c

Sjecište[konika c, konika d] Sva sjecišta od c i d (najviše 4)

Sjecište[konika c, konika d, broj n] n-to sjecište od c i d

Sjecište[polinom f, polinom g] Sva sjecišta od f i g

Sjecište[mnogokut f, polinom g, broj n] n-to sjecište od f i g

Sjecište[polinom f, pravac g] Sva sjecišta od f i g

Sjecište[polinom f, pravac g, broj n] n-to sjecište od f i g

Sjecište[funkcija f, funkcija g, točka A] Sjecište od f i g sa početnom vrijednošću A (za Newtonovu metodu)

Sjecište[funkcija f, pravac g, točka A] Sjecište od f i g sa početnom vrijednošću A (za Newtonovu metodu)

Nultočka

Nultočka[polinom f] Svi korjeni polinoma f (kao točke)

Nultočka[funkcija f , broj a] Nultočka funkcije f sa početnom vrijednošću a (Newtonova metoda)

Nultočka[funkcija f , broj a , broj b] Nultočka funkcije f na intervalu $[a, b]$ (regula falsi)

Ekstrem

Ekstrem[polinom f] Svi lokalni ekstremi polinoma f (kao točke)

TočkaPregiba

TočkaPregiba[polinom f] Sve točke pregiba polinoma f

4.3.5 Vektor**Vektor**

Vektor[točka A , točka B] Vektor od A do B

Vektor[točka] Radijvektor točke

Smjer

Smjer[pravac] Vektor smjera pravca. Pravac s jednadžbom $ax + by = c$ ima smjer $(b, -a)$.

JediničniVektor

JediničniVektor[pravac] Vektor smjera danog pravca duljine 1

JediničniVektor[vektor] Vektor duljine 1, jednakog smjera i orijentacije kao i dani vektor

(4.3.5)

OkomitiVektor

OkomitiVektor[pravac] Okomiti vektor u odnosu na dani pravac. Pravac jednadžbe $ax + by = c$ ima okomiti vektor (a, b) .

OkomitiVektor[vektor] Okomiti vektor na dani vektor. Vektor s koordinatama (a, b) ima okomiti vektor $(-b, a)$.

Jedinični Okomiti Vektor

Jedinični Okomiti Vektor[pravac] Okomiti vektor na dani pravac duljine 1.

Jedinični Okomiti Vektor[vektor] Okomiti vektor na dani vektor duljine 1.

4.3.6 Dužina**Dužina**

Dužina[točka A, točka B] Dužina između dviju točaka A i B

Dužina[točka A, broj a] Dužina duljine a s početnom točkom A. Također će biti kreirana i krajnja točka dužine

4.3.7 Zraka**Zraka**

zraka[točka A, točka B] Zraka s početkom u A kroz B

zraka[točka A, vektor v] Zraka s početkom u A i sa smjerom v

4.3.8 Mnogokut**Mnogokut**

Mnogokut[točka A, točka B, točka C, ...] Mnogokut definiran zadanim točkama

4.3.9 Pravac**Pravac**

Pravac[točka A, točka B] Pravac kroz dvije točke A i B

Pravac[točka A, pravac g] Pravac kroz A paralelan s g

Pravac[točka A, vektor v] Pravac kroz A sa smjerom v

Okomica

Okomica[točka A, pravac g] Pravac kroz A okomit na g

Okomica[točka A, vektor v] Pravac kroz A okomit na v

SimetralaDužine

SimetralaDužine[točka A, točka B] Simetrala dužine AB

SimetralaDužine[dužina s] Simetrala dužine s

SimetralaKuta

SimetralaKuta[točka A, točka B, točka C] Simetrala kuta (A, B, C). B je vrh ovog kuta.

SimetralaKuta[pravac g, pravac h] Obje simetrale kutova koje zatvaraju g i h.

Tangenta

Tangenta[točka A, konika c] (Sve) tangente kroz A na c

Tangenta[pravac g, konika c] (Sve) tangente na c koje su paralelne s g

Tangenta[broj a, funkcija f] Tangenta na $f(x)$ za $x=a$ (a je apscisa dirališta)

Tangenta[točka A, funkcija f] Tangenta na $f(x)$ za $x=x(A)$ ($x(A)$ je apscisa dirališta)

Asimptota

Asimptota[hiperbola c] Obje asimptote hiperbole

Ravnalica

Ravnalica[parabola c] Ravnalica parabole

Osi

Osi[konika c] Glavna i sporedna os konike c

GlavnaOs

GlavnaOs[konika c] Glavna os konike c

SporednaOs

SporednaOs[konika c] Sporedna os konike c

Polara

Polara[točka A, konika c] Polara točke A (A je pol) konike c

Dijametar

Dijametar [pravac g , konika c] Dijametar paralelan s g konike c

Dijametar [vektor v , konika c] Dijametar sa smjerom v konike c

4.3.10 Konike**Kružnica**

Kružnica [točka M , broj r] Kružnica sa središtem u M i polumjerom r

Kružnica [točka M , dužina s] Kružnica sa središtem u M i polumjerom $= \text{Duljina}[s]$

Kružnica [točka M , točka A] Kružnica sa središtem u M kroz A

Kružnica [točka A , točka B , točka C] Kružnica kroz A , B i C

Elipsa

Elipsa [točka F , točka G , broj a] Elipsa sa žarištima F , G i glavnom poluosi duljine a . Uvjet:
 $2a > \text{Udaljenost}[F,G]$

Elipsa [točka F , točka G , dužina s] Elipsa sa žarištima F , G i glavnom poluosi
duljine $a = \text{Duljina}[s]$

Hiperbola

Hiperbola [točka F , točka G , broj a] Hiperbola sa žarištima F , G i glavnom poluosi duljine
 a . Uvjet: $0 < 2a < \text{Udaljenost}[F,G]$

Hiperbola [točka F , točka G , dužina s] Hiperbola sa žarištima F , G i glavnom poluosi duljine
 $a = \text{Duljina}[s]$

Parabola

Parabola [točka F , pravac g] Parabola sa žarištem F i ravnalicom g

Konika

Konika [točka A , točka B , točka C , točka D , točka E] Konika kroz pet točaka (niti koje četiri
ne smiju ležati na istom pravcu)

4.3.11 Funkcija

Derivacija

Derivacija[funkcija f] Derivacija funkcije f(x)

Derivacija[funkcija f, broj n] n-ta derivacija funkcije f(x)

Integral

Integral

Integral[funkcija f] Neodređeni integral za f(x)

Vidi određeni integral, 4.3.2.

Polinom

Polinom[funkcija f] Funkciju f prikazuje kao polinom u kanonskom zapisu.

Primjer: *Polinom*[(x - 3)²] daje $x^2 - 6x + 9$

TaylorovPolinom

TaylorovPolinom[funkcija f, broj a, broj n] red potencija za funkciju f u okolini točke x=a reda n

Funkcija

Funkcija[funkcija f, broj a, broj b] Proizvodi funkciju jednaku f na intervalu [a, b] koja nije definirana izvan [a, b]

4.3.12 Luk i isječak

Algebarska vrijednost luka je njegova duljina, a isječka njegova površina.

Polukružnica

Polukružnica[točka A, točka B] Polukružnica nad promjerom AB.

KružniLuk

KružniLuk[točka M, točka A, točka B] Kružni luk određen središtem M između dviju točaka A i B. Napomena: točka B ne mora ležati na luku.

Luk opisan trima točkama

Luk opisan trima točkama[točka, točka, točka] Kružni luk kroz tri točke

Luk

Luk[konika c , točka A , točka B] Luk konike između točaka A i B koje pripadaju konici c (kružnica ili elipsa)

Luk[konika c , broj t_1 , broj t_2] Luk konike između dvaju parametarskih vrijednosti t_1 i t_2 koje su zadane u slijedećem obliku :

- kružnica: $(r \cos(t), r \sin(t))$, gdje je r kružni radijus
- elipsa: $(a \cos(t), b \sin(t))$, gdje su a i b duljine prve i druge poluosi

KružniIsječak

Kružni Isječak[točka M , točka A , točka B] Kružni isječak sa središtem M omeđen točkama A i B . Napomena: točka B ne mora ležati na luku.

IsječakOpisanogLuka

IsječakOpisanogLuka[točka, točka, točka] Kružni isječak kroz tri točke.

Isječak

Isječak[konika c , točka A , točka B] Isječak konike između dviju točaka A i B koje pripadaju konici c (kružnica ili elipsa)

Isječak[konika c , broj t_1 , broj t_2] Kružni isječak između dvaju parametarskih vrijednosti t_1 i t_2 koje su zadane u slijedećem obliku:

- kružnica: $(r \cos(t), r \sin(t))$, gdje je r kružni radijus
- elipsa: $(a \cos(t), b \sin(t))$, gdje su a i b duljine prve i druge poluosi

4.3.13 Slika**Ugao**

Ugao[slika, broj n] daje n -ti ugao slike ($n = 1, \dots, 4$).

4.3.14 Lokus

Lokus

Lokus [točka Q, točka P] daje krivulju lokusa točke Q, koja je zavisna od točke P. Točka P je točka koja pripada nekom objektu (pravac, dužina, kružnica, ...).

4.3.15 Geometrijske transformacije

Ako pridružimo svakoj od slijedećih naredbi neki objekt, napraviti ćemo kopiju (sliku) početnog objekta. Naredba $Zrcaljenje[A, g]$ zrcali točku A preko pravca g i mijenja položaj točke A. Upisom $B = Zrcaljenje[A, g]$ stvaramo novu točku B dok A ostaje nepromijenjena.

Translacija

Translacija [točka A, vektor v] Translatira točku A za vektor v

Translacija [pravac g, vektor v] Translatira pravac g za vektor v

Translacija [konika c, vektor v] Translatira koniku c za vektor v

Translacija [funkcija c, vektor v] Translatira funkciju f za vektor v

Translacija [mnogokut P, vektor v] Translatira mnogokut P za vektor v. Kreirani su novi vrhovi i dužine.

Translacija [slika p, vektor v] Translatira sliku p za vektor v

Translacija [vektor v, točka P] Translatira vektor v do točke P

Rotacija

Rotacija [točka A, kut fi] Rotira točku A za kut fi oko ishodišta koordinatnog sustava

Rotacija [vektor v, kut fi] Rotira vektor v za kut fi oko ishodišta koordinatnog sustava

Rotacija [pravac g, kut fi] Rotira pravac g za kut fi oko ishodišta koordinatnog sustava

Rotacija [konika c, kut fi] Rotira koniku c za kut fi oko ishodišta koordinatnog sustava

Rotacija [mnogokut P, kut fi] Rotira mnogokut P za kut fi oko ishodišta koordinatnog sustava. Novi vrhovi i dužine su kreirani.

Rotacija [slika p, kut fi] Rotatira sliku p za kut fi oko ishodišta koordinatnog sustava

Rotacija [točka A, kut fi, točka B] Rotira točku A za kut fi oko točke B

Rotacija [pravac g, kut fi, točka B] Rotira pravac g za kut fi oko točke B

Rotacija[konika c , kut φ , točka B] Rotira koniku c za kut φ oko točke B

Rotacija[mnogokut P , kut φ , točka B] Rotira mnogokut P za kut φ oko točke B . Kreirani su novi kutovi i dužine.

Rotacija[slika p , kut φ , točka B] Rotira sliku p za kut φ oko točke B

Zrcaljenje

zrcaljenje[točka A , točka B] Zrcali točku A preko točke B

zrcaljenje[pravac g , točka B] Zrcali pravac g preko točke B

zrcaljenje[konika c , točka B] Zrcali koniku c preko točke B

zrcaljenje[mnogokut P , točka B] Zrcali mnogokut P preko točke B .

zrcaljenje[slika p , točka B] Zrcali sliku p preko točke B

zrcaljenje[točka A , pravac h] Zrcali točku A preko pravca h

zrcaljenje[pravac g , pravac h] Zrcali pravac g preko pravca h

zrcaljenje[konika c , pravac h] Zrcali koniku c preko pravca h

zrcaljenje[mnogokut P , pravac h] Zrcali mnogokut P preko pravca h . Kreirani su novi vrhovi i dužine.

zrcaljenje[slika p , pravac h] Zrcali sliku p preko pravca h

Rastezanje

Rastezanje[točka A , broj f , točka S] Homotetično preslika ("rasteže") točku A iz središta homotetije točke S s koeficijentom - faktorom rastezanja f

Rastezanje[pravac h , broj f , točka S] Homotetično preslika ("rasteže") pravac h iz točke S za faktor rastezanja f

Rastezanje[konika c , broj f , točka S] Homotetično preslika ("rasteže") koniku c iz točke S za faktor rastezanja f

Rastezanje[mnogokut P , broj f , točka S] Homotetično preslika ("rasteže") mnogokut P iz točke S za faktor f . Kreirani su novi vrhovi i dužine.

Rastezanje[slika p , broj f , točka S] Homotetično preslika ("rasteže") sliku p iz točke S za faktor f

Poglavlje 5

Ispis i prijenos

5.1 Ispis

5.1.1 Crtaća ploha

U izborniku *Datoteka* kliknite na *Pregled ispisa, Crtaća ploha*. U otvorenom prozoru možete navesti naslov, autora, nadnevak i mjerilo ispisa.

Kliknite Enter nakon svake promjene da bi vidjeli učinak.

5.1.2 Opis konstrukcije

Dva su načina da otvorite prozor pregleda ispisa opisa konstrukcije:

- U izborniku *Datoteka, Pregled ispisa* nalazite *Opis konstrukcije*.
- U izborniku *Prikaz*, otvorite najprije *Opis konstrukcije*. U novom prozoru pod izbornikom *Datoteka* ponovo nalazite *Pregled ispisa*.

Drugi način je puno prilagodljiviji jer možete uključiti ili isključiti različite stupce opisa konstrukcije (vidi izbornik *Prikaz, Opis konstrukcije*).

U prozoru *Pregled ispisa* možete navesti naslov, autora i nadnevak.

5.2 Crtaća ploha kao crtež

U izborniku *Datoteka, Prijenos*, naći ćete *Crtaća ploha kao crtež*. Ovdje možete zadati mjerilo prikaza (u cm) i rezoluciju (u dpi, točkica po inču) izlazne datoteke. Stvarana vrijednost prenešene slike je prikazana na dnu prozora.

Izaberite jedan od sljedećih *formata*:

PNG - Portable Network Graphics: Ovo je grafički format u pikselima (točkicama). Viša rezolucija (dpi), znači i bolju kvalitetu (300 dpi je obično dovoljna kvaliteta). Smanjivanje ili uvećavanje PNG crteža obično dovodi do smanjenja kvalitete.

PNG grafičke datoteke su prikladne za korištenje na web-stranicama (html) i s programom Microsoft Word. Uvijek kada umetnete PNG grafičku datoteku u Word dokument (izbornik *Umetanje, Slike iz datoteke*) morate biti sigurni da je veličina postavljena na 100%. Inače će dano mjerilo (u cm) biti izmijenjeno.

EPS - Encapsulated Postscript: Ovo je vektorski zadan grafički format. EPS crteže možemo povećavati ili smanjivati bez gubitka kvalitete. EPS grafičke datoteke su prikladne za korištenje s vektorskim grafičkim programima kao što su Corel Draw ili profesionalni tekst procesor sustav \LaTeX .

Rezolucija EPS grafičkih datoteka je uvijek 72dpi. Ova vrijednost se odnosi samo za izračun stvarne veličine crteža u cm i nema učinka na njegovu kvalitetu.

Napomena: učinci transparenta kao što su ispuna mnogokuta ili konika nisu mogući s EPS formatom.

5.3 Crtaća ploha u međuspremnik

U izborniku *Datoteka, Prijenos*, nalazi se *Crtaća ploha u međuspremnik*. Time prenosite crtaću plohu u sistemski međuspremnik kao PNG crtež. Ovaj crtež možete unijeti u druge programe (npr. u Microsoft Word dokument).

Da bi prenesli vašu konstrukciju u odgovarajućem mjerilu (u cm) koristite podizbornik *Crtaća ploha kao crtež* u izborniku *Datoteka, Prijenos*.

5.4 Opis konstrukcije kao web-stranica

Postoje dva načina otvaranja prozora *Prijenos opisa konstrukcije*:

- U izborniku *Datoteka, Prijenos* naći ćete *Opis konstrukcije kao web-stranica (html)*.
- U izborniku *Prikaz*, otvorite prvo *Opis konstrukcije*. Tamo ćete u izborniku *Datoteka* naći *Prenesi kao web-stranicu (html)*.

Drugi je način okretniji jer možete uključiti i isključiti različite stupce opisa konstrukcije.

U prozoru za prijenos možete upisati naslov, autora i nadnevak konstrukcije i izabrati želite li prenijeti crtež s crtaće ploče i algebarskog prozora pomoću ponuđenih protokola.

Prebačenu HTML datoteku možete gledati bilo kojim internet preglednikom (npr. Mozilla, Internet Explorer) kao i urediti raznim tekst procesorima (npr. Frontpage, Word).

5.5 Dinamični crtež kao web-stranica

U izborniku *Datoteka, Prijenos*, nalazite *Dinamični crtež kao web-stranica (html)*.

U prozoru za prijenos možete upisati naslov, autora i napomene iznad i ispod dinamične konstrukcije (npr. opis konstrukcije ili neke zadatke). Konstrukciju samu možete uključiti izravno u web-stranicu ili otvoriti klikom na dugme.

Napomena: nemojte zadavati prevelike dimenzije dinamičnom crtežu kako bi bio u cijelosti vidljiv internet preglednikom.

Prijenosom dinamičnog crteža kreirat ćemo tri datoteke:

1. html datoteka, npr. *krug.html* - ova datoteka sadrži sam crtež.
2. ggb datoteku, npr. *krug_worksheet.ggb* - ova datoteka sadrži vašu konstrukciju programom GeoGebra
3. *geogebra.jar* - ova datoteka sadrži program GeoGebra i omogućava interaktivnost vašeg uratka.

Sve tri datoteke - npr. *krug.html*, *krug_worksheet.ggb* i *geogebra.jar* - moraju biti u istoj mapi (direktoriju) kako bi dinamični crtež (aplet) radio. Naravno da možete kopirati sve tri datoteke u drugu mapu.

Napomena: Prebačenu HTML datoteka - npr. *krug.html* - možete gledati s bilo kojim internet preglednikom (npr. Mozilla, Internet Explorer). Kako biste omogućili dinamičnom crtežu da radi morate imati instaliran program Java na računalu. Program Java možete besplatno preuzeti s <http://www.java.com>. Ako želite koristiti uradak na školskom računalu ili mreži, zamolite sistemskog administratora da instalira program Java na računalu.

Također možete uređivati tekst uratka raznim tekst procesorima (npr. Frontpage, Word) otvaranjem već prebačene HTML datoteke.

Poglavlje 6

Odrednice

Opće odrednice mogu se mijenjati u izborniku *odrednice*. Za mijenjanje postavki objekta molim koristite skočni izbornik (3.1.1) koji se pojavi desnim klikom miša na dani objekt.

6.1 Vezivanje točke na mrežu

Vezuje točku za čvorove koordinatne mreže.

6.2 Kutna mjera

Određuje prikazuju li se kutovi u stupnjevima ($^{\circ}$) ili radijanima (rad).

Unos kuta je uvijek moguć na oba načina (stupnjevi i radijani)

6.3 Decimalna mjesta

Decimalna mjesta se mogu podesiti na: 0, 1, ..., 5.

6.4 Oblik točke

Određuje hoće li točka biti prikazana kao kružić ili križić.

6.5 Grafika

Određuje kvalitetu grafike u geometrijskom prozoru.

6.6 Veličina fonta

Određuje veličinu fonta u točkama (pt).

6.7 Jezik

Program GeoGebra je višejezičan. Ovdje možemo promijeniti važeći jezik. To utječe na sve unose uključujući nazive naredbi i sve izlaze.

6.8 Crtaća ploha

Otvaranjem prozora sa svojstvima ctaće plohe (koordinatne osi, koordinatna mreža, itd.) ta se svojstva mogu oblikovati.

Indeks

- LaTeX, 19
- žarište
 - naredbe, 28
- animacija, 21
- aritmetičke operacije, 24
- Asimptota
 - naredbe, 31
- Boja, 10
- Brisanje, 10
 - naredbe, 25
- Brisanje objekta
 - način, 13
- broj, 22
 - granična vrijednost, 22
- crtaća ploha
 - prijenos, 37
 - u međuspremnik, 38
- Debljina crte, 10
- decimalna mjesta, 40
- Derivacija
 - naredbe, 33
- Dijametar
 - naredbe, 32
- dinamični crtež, 38
- DonjaSuma
 - naredbe, 27
- Dužina
 - naredbe, 30
- dužina
 - pretvaranje u pravac: redefiniranje, 11
- Dužina između dviju točaka
 - način, 14
- Dužina zadane duljine iz točke
 - način, 14
- Duljina
 - naredbe, 25
- Ekscentricitet
 - naredbe, 26
- Ekstrem
 - naredbe, 29
- Elipsa
 - naredbe, 32
- Formula, 19
- Funkcija, 23
 - naredbe, 33
- funkcija
 - ograničenje na interval, 24
- gibanja, 35
- GlavnaOs
 - naredbe, 31
- GlavnaPoluos
 - naredbe, 26
- GornjaSuma
 - naredbe, 27
- granična vrijednost
 - broj, kut, 22
- Hiperbola
 - naredbe, 32
- indeks, 22, 25
- Integral
 - naredbe, 26, 33

- integral, 26
 - neodređeni, 33
 - određeni, 26
- Isječak
 - naredbe, 34
- isječak, 33
- Isječak opisanog luka trima točkama
 - način, 16
- IsječakOpisanogLuka
 - naredbe, 34
- ispis
 - crtaća ploha, 37
 - opis konstrukcije, 37
- Ispuna, 10
- Izmjena vrijednosti, 21
- izračunavanje
 - polinoma, 33
- JediničniOkomitiVektor
 - naredbe, 30
- JediničniVektor
 - naredbe, 29
- Klizači
 - način, 17
- Konika
 - naredbe, 32
- Konika kroz pet točaka
 - način, 16
- konike, 23
- Kružni isječak određen središtem i dvjema točkama
 - način, 16
- Kružni luk određen središtem i dvjema točkama
 - način, 16
- Kružnica
 - naredbe, 32
- Kružnica kroz tri točke
 - način, 16
- Kružnica određena središtem i jednom točkom
 - način, 15
- Kružnica sa središtem i polumjerom
 - način, 15
- KružniIsječak
 - naredbe, 34
- KružniLuk
 - naredbe, 33
- Kut
 - način, 17
 - naredbe, 27
- kut, 22
 - granična vrijednost, 22
 - refleksije, 22
- Kut zadane veličine
 - način, 17
- kvadratni korijen, 24
- Lokus
 - način, 17
 - naredbe, 35
- Luk
 - naredbe, 34
- luk, 33
- Luk opisan trima točkama
 - način, 16
 - naredbe, 34
- Mnogokut
 - način, 14
 - naredbe, 30
- Nagib
 - naredbe, 26
- naredbe, 25
- Nova točka
 - način, 13
- Nultočka
 - naredbe, 29
- oblik točke, 40
- oblikovanje
 - kopiranje, 13
 - prenositelj oblikovanja, 13
- ograničenje
 - funkcije na interval, 24
- Okomica
 - način, 15
 - naredbe, 30

- Okomiti Vektor
 - naredbe, 29
- omjer koordinatnih osi, 11
- Opis konstrukcije, 11
- opis konstrukcije
 - prijenos, 38
- Osi
 - naredbe, 31
- osi
 - xO_s , yO_s , 23
- Parabola
 - naredbe, 32
- Parametar
 - naredbe, 26
- pojednostavnjivanje
 - polinom, 33
- pokaži, 10
- Pokaži / sakrij objekt
 - način, 12
- Pokaži / sakrij oznaku
 - način, 12
- Polara
 - naredbe, 31
- Polara ili konjugirani promjer
 - način, 15
- Polinom
 - naredbe, 33
- Polje za unos, 22
- Polovište
 - način, 13
 - naredbe, 28
- Polukružnica
 - način, 16
 - naredbe, 33
- Polumjer
 - naredbe, 26
- Pomicanje
 - način, 12
- Pomicanje crtaće plohe
 - način, 12
- Povećanje
 - način, 12
- Površina
 - naredbe, 25
- površina
 - između dviju funkcija, 26
 - određeni integral, 26
- pozadinska slika, 20
- Pravac
 - naredbe, 30
- pravac, 23
 - pretvaranje u dužinu: redefiniranje, 11
- Pravac kroz dvije točke
 - način, 14
- Preimenovanje, 10
- Prenositelj oblikovanja
 - način, 13
- prijenos, 37
- prozirnost
 - slika, 20
- Rastezanje
 - naredbe, 36
- Rastezanje objekta iz točke
 - način, 18
- Ravnalica
 - naredbe, 31
- redefiniranje, 11
- Rotacija
 - naredbe, 35
- Rotacija objekta oko točke
 - način, 18
- sakrij, 10
- Simetrala dužine
 - način, 15
- Simetrala kuta
 - način, 15
- Simetrala Dužine
 - naredbe, 31
- Simetrala Kuta
 - naredbe, 31
- Sjecište
 - naredbe, 28
- Sjecište dvaju objekata

- način, 13
- skalarni umnožak, 24
- skočni izbornik, 10
- slika
 - položaj, 19
 - pozadinska, 20
 - prozirnost, 20
 - ugao, 34
 - umetanje, 19
- Smanjenje
 - način, 12
- Smjer
 - naredbe, 29
- SporednaOs
 - naredbe, 31
- SporednaPoluos
 - naredbe, 26
- Središte
 - naredbe, 28
- Stil crte, 10
- Tangentna
 - naredbe, 31
- Tangente
 - način, 15
- TaylorovPolinom
 - naredbe, 33
- Težište
 - naredbe, 28
- Tekst
 - način, 18
- Tjeme
 - naredbe, 28
- Točka
 - naredbe, 27
- točka, 22
 - brisanje s pravca: redefiniranje, 11
 - položi na pravac: redefiniranje, 11
- TočkaPregiba
 - naredbe, 29
- Trag, 11
- transformacije
 - geometrijske, 35
- Translacija
 - naredbe, 35
- Translacija objekta za vektor
 - način, 18
- trigonometrijske funkcije, 24
- Udaljenost
 - način, 16
 - naredbe, 26
- Ugao
 - naredbe, 34
- Umetanje slike
 - način, 19
- Uređivanje, 10
- Usporednica
 - način, 14
- Vektor
 - naredbe, 29
- vektor, 22
- Vektor iz točke
 - način, 14
- Vektor između dviju točaka
 - način, 13
- Veličina, 10
- Veza
 - način, 12
 - naredbe, 25
- Vezivanje točke, 40
- Vrtnja oko točke
 - način, 12
- xOs, 23
- yOs, 23
- zoom, 11
- Zraka
 - naredbe, 30
- Zraka kroz dvije točke
 - način, 14
- Zrcaljenje
 - naredbe, 36
- Zrcaljenje objekta preko pravca

način, 18
Zrcaljenje objekta preko točke
način, 18