Sistemi fratti

129 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{x+3}-\dfrac{x+y}{x-3}=\dfrac{3}{x^2-9} \\ \dfrac{x-2y}{y}-\dfrac{3(x-2y)}{3y+1}=\dfrac{5x-1}{3y^2+y} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x-1}{x-2}-\dfrac{x+y+1}{x^2-4x+4}=1 \\ \dfrac{2x+3y}{y+1}-\dfrac{2x+3y}{y-1}=\dfrac{10}{y^2-1} \end{cases}$ $\left[\begin{cases} x=1 \\ y=-\dfrac{3}{2} \end{cases};\ \text{impossibile}\right]$

Pag. 98

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{x+3}-\dfrac{x+y}{x-3}=\dfrac{3}{x^2-9} \\ \dfrac{x-2y}{y}-\dfrac{3(x-2y)}{3y+1}=\dfrac{5x-1}{3y^2+y} \end{cases}$$

Calcolo CE

↓

Portiamo a 1 membro

E una unica linea frazione

↓

Eliminiamo denominatore

↓

Risolviamo sistema

↓

Controlliamo soluzione

C.E prima equazione

$$x+3\neq 0 \rightarrow x\neq -3$$
$$x-3\neq 0 \rightarrow x\neq +3 \quad ;$$
$$x^2-9\neq 0 \rightarrow (x-3)(x+3)\neq 0 \rightarrow x\neq +3, x\neq -3$$

seconda equazione

$$y\neq 0$$
$$3y+1\neq 0 \rightarrow y\neq -\frac{1}{3}$$
$$3y^2+y\neq 0 \rightarrow y(3y+1)\neq 0 \rightarrow y\neq 0, y\neq -\frac{1}{3}$$

Concludendo C.E= $\{x,y\in\mathbb{R}\ tali\ che\ x\neq -3, x\neq +3, y\neq 0, y\neq -\frac{1}{3}$

Portiamo a 1 membro ciascuna equazione e calcoliamo denominatore comune

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{x+3}-\dfrac{x+y}{x-3}=\dfrac{3}{x^2-9} \\ \dfrac{x-2y}{y}-\dfrac{3(x-2y)}{3y+1}=\dfrac{5x-1}{3y^2+y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{x+y}{x+3}-\dfrac{x+y}{x-3}-\dfrac{3}{x^2-9}=0 \\ \dfrac{x-2y}{y}-\dfrac{3(x-2y)}{3y+1}-\dfrac{5x-1}{3y^2+y}=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{(x+y)(x-3)-(x+y)(x+3)-3}{(x-3)(x+3)}=0 \\ \dfrac{(x-2y)(3y+1)-3(x-2y)(y)-(5x-1)}{y(3y+1)}=0 \end{cases}$$

Eliminiamo denominatore *(applicando secondo principio equivalenza…e ricordando che grazie al CE il denominatore è $\neq 0$)*

$$\begin{cases} \cancel{(x-3)(x+3)} \cdot \dfrac{(x+y)(x-3)-(x+y)(x+3)-3}{\cancel{(x-3)(x+3)}} = 0 \cdot (x-3)(x+3) \\ \cancel{y(3y+1)} \cdot \dfrac{(x-2y)(3y+1)-3(x-2y)(y)-(5x-1)}{\cancel{y(3y+1)}} = 0 \cdot y(3y+1) \end{cases}$$

Svolgiamo i calcoli e portiamo il sistema in forma standard

$$\begin{cases} (x+y)(x-3)-(x+y)(x+3)-3=0 \\ (x-2y)(3y+1)-3(x-2y)(y)-(5x-1)=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x-3y-3x-3y-3=0 \\ x-2y-5x+1=0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -6x-6y=3 \\ -4x-2y=-1 \end{cases} \text{ per praticità cambiamo segni } \begin{cases} 6x+6y=-3 \\ 4x+2y=1 \end{cases}$$

Verifichiamo la condizione sui coefficienti: $\frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{6}{4}$ $\quad \frac{a_{12}}{a_{22}} = \frac{6}{2}$ essendo diversi i rapporti, il sistema è determinato.

Procediamo a risolverlo con uno dei metodi visti:

Sostituzione: $\begin{cases} 6x+6y=-3 \\ 2y=1-4x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x+6y=-3 \\ y=\frac{1}{2}-2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x+6(\frac{1}{2}-2x)=-3 \\ y=\frac{1}{2}-2x \end{cases} \rightarrow$

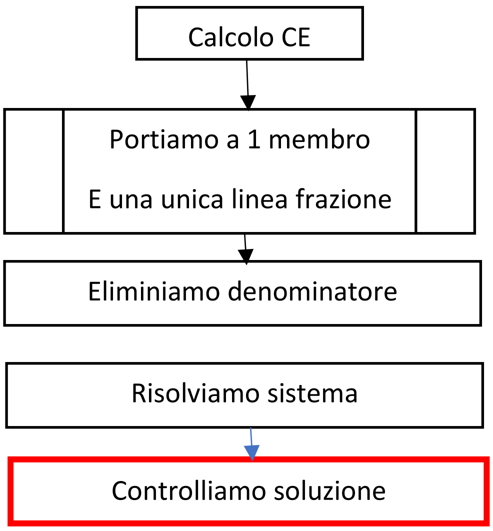
$\begin{cases} 6x+3-12x=-3 \\ y=\frac{1}{2}-2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2}-2(1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{3}{2} \end{cases}$

Verifichiamo se la soluzione soddisfa il C.E.:

$x=1$ è $diversa\ da\ -3\ e\ da +3;$

$y=-\frac{3}{2}$ è $diversa\ da\ 0\ e -\frac{1}{3}$

Dunque $\begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{3}{2} \end{cases}$ è soluzione del nostro sistema



Vediamo l'altro sistema $\begin{cases} \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+y+1}{x^2-4x+4} = 1 \\ \frac{2x+3y}{y+1} - \frac{2x+3y}{y-1} = \frac{10}{y^2-1} \end{cases}$

$$\text{C.E.}\quad \begin{matrix} \textit{prima equazione} & \begin{matrix} x-2\neq 0 \to x\neq 2 \\ x^2-4x+4\neq 0 \to (x-2)^2\neq 0 \to x-2\neq 0 \end{matrix} \\ \textit{seconda equazione} & \begin{matrix} y+1\neq 0 \to y\neq -1 \\ y-1\neq 0 \to y\neq +1 \\ y^2-1\neq 0 \to (y-1)(y+1)\neq 0 \end{matrix} \end{matrix}$$

dunque il CE: $\{x \neq 2, y \neq +1; y \neq -1\}$

Portiamo ad un membro, denominatore comune, eliminiamo il denominatore

$$\begin{cases} \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+y+1}{x^2-4x+4} = 1 \\ \frac{2x+3y}{y+1} - \frac{2x+3y}{y-1} = \frac{10}{y^2-1} \end{cases} \to \begin{cases} \frac{(x-1)(x-2)-(x+y+1)-1\cdot(x-2)^2}{(x-2)^2} = 0 \\ \frac{(2x+3y)(y-1)-(2x+3y)(y+1)-10}{(y+1)(y-1)} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\cancel{x^2}-x-2x+2-x-y-1\cancel{-x^2}+4x-4}{\cancel{(x-2)^2}} = 0 \\ \frac{\cancel{2xy}-2x\cancel{+3y^2}-3y\cancel{-2xy}-2x\cancel{-3y^2}-3y-10}{\cancel{(y+1)(y-1)}} = 0 \end{cases} \to \begin{cases} -y = 3 \\ -4x-6y = 10 \end{cases} \text{per comodità cambiamo i segni}$$

$$\begin{cases} +y = -3 \\ 4x+6y = -10 \end{cases}$$

Si verifica che il sistema sia determinato calcolando il rapporto dei coefficienti delle incognite.

Si procede alla soluzione, in questo caso conviene sostituzione

$$\begin{cases} +y = -3 \\ 4x+6y = -10 \end{cases} \to \begin{cases} y = -3 \\ 4x-18 = -10 \end{cases} \to \begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Verifichiamo condizioni esistenza: poiché $x = 2$ è uno dei valori esclusi, allora il sistema non ha soluzione, ovvero è impossibile