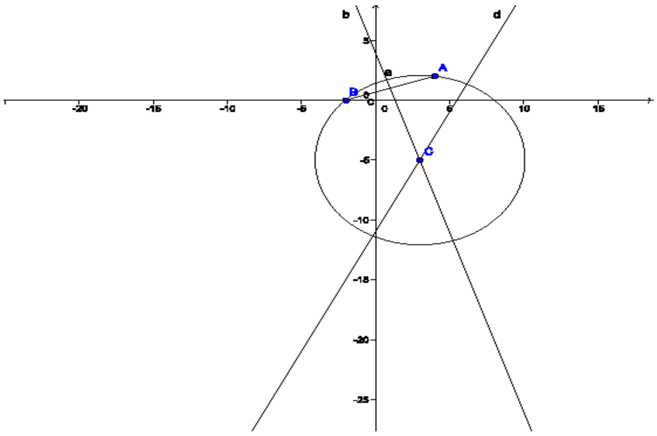
Esercizio sulla determinazione dell'equazione di una circonferenza.

- Scrivere l'equazione della circonferenza *C* che passa per i punti A(4,2) e B(-2, 0) ed ha il centro sulla retta di equazione 2x-y-11=0.

Metodo geometrico

Osserviamo la figura .



Il segmento AB è una corda della circonferenza e il suo asse, la retta b, passa per il centro C della circonferenza . Ricavando tale equazione che risulta 3x+y-4=0, ed andandola ad intersecare con la retta 2x-y-11=0, si otterranno le coordinate del centro .

$\begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 2x - y - 11 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = +3 \\ y = -5 \end{cases} \rightarrow$ C(+3,-5)

il raggio della circonferenza è $\overline{CA} = \overline{CB}$ → r=$\overline{CB}$ → $\sqrt{(3+2)^2 + (-5-0)^2} = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$.

L'equazione è pertanto $(x-3)^2+(y+5)^2=50$ che in forma canonica risulta $x^2+y^2-6x+10y-16=0$

Metodo algebrico

Scriviamo l' equazione canonica di una circonferenza $x^2+y^2+ax+by+c=0$. Ricerchiamo tre relazioni nei parametri a, b, c.

- La circonferenza deve passare per il punto A(4, 2) e quindi le coordinate del punto devono verificare l'equazione:
  A ∈ *C* → $4^2+2^2+a\cdot4+b\cdot2+c=0$ → 4a+2b+c+20=0
- La circonferenza deve passare per il punto B(-2, 0) e quindi le coordinate del punto devono verificare l'equazione:
  B ∈ *C* → $(-2)^2+0^2+a\cdot(-2)+b\cdot0+c=0$ → -2a+c+4=0
- Il centro C $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$ della circonferenza deve appartenere alla retta di equazione 2x-y-11=0 e quindi le sue coordinate verificano l'equazione → $2 \cdot \left(-\frac{a}{2}\right) - \left(-\frac{b}{2}\right) - 11 = 0$ → -2a+b-22=0.

Mettendo a sistema le tre relazioni trovate $\begin{cases} 4a + 2b + c + 20 = 0 \\ -2a + c + 4 = 0 \\ -2a + b - 22 = 0 \end{cases}$ e risolvendo si ottiene $\begin{cases} a = -6 \\ b = 10 \\ c = -16 \end{cases}$

e quindi l' equazione di *C* è $x^2+y^2-6x+10y-16=0$ cioè <u>la stessa trovata con il metodo geometrico</u> !