Conceptos de Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica

Para desarrollar esta actividad evaluativa, revisaremos y recordaremos tres (3) conceptos básicos:

- Álgebra.
- Trigonometría.
- Geometría Analítica.

1. Conceptos fundamentales de Álgebra:

La palabra ***álgebra*** proviene de ilm al-jabr w' al muqabala, que es el título de un libro escrito en el siglo IX por el matemático árabe Al Juarismi. El titulo se ha traducido como la ciencia de la reposición y la reducción, lo que significa trasponer y combinar términos semejantes (de una ecuación). La traducción fonética de al-jabr en el latín popular, condujo al nombre de la rama de las matemáticas que ahora se conoce como álgebra.

En esta disciplina usamos símbolos o letras como a, b, c, d, x, y para denotar números arbitrarios. La gran cantidad de fórmulas que se usan en las ciencias y en la industria pone de manifiesto la naturaleza general del álgebra. A medida que sigas adelante en el estudio de este curso y pases a cursos más avanzados de matemáticas o a campos donde éstas se utilizan, estarás cada vez más consciente de la importancia y el poder de las técnicas algebraicas.

La **aritmética** (del lat. *arithmetĭcus*, y este del gr. *ἀριθμητικός*, *ἀριθμός* = número) es la rama de la matemática cuyo objeto de estudio son los números y las *operaciones elementales* hechas con ellos: suma, resta, multiplicación y división.

Originalmente, la aritmética se desarrolla de manera formal en la Antigua Grecia, con el refinamiento del rigor matemático y las demostraciones, y su extensión a las distintas disciplinas de las «ciencias naturales».En la actualidad, puede referirse a la *aritmética elemental*, enfocada a la enseñanza de la matemática básica; también al conjunto que reúne el *cálculo aritmético* y las *operaciones matemáticas*, específicamente, las cuatro *operaciones básicas* aplicadas ya sea a números (naturales, fracciones, etc.) como a entidades matemáticas más abstractas (matrices, operadores, etc); también a la así llamada *alta aritmética*, mejor conocida como teoría de números.

Como complemento de la lectura anterior, por favor visiten el siguiente link:

http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra

Un ***número*** es una entidad abstracta que representa una magnitud. El símbolo de un número recibe el nombre de numeral. Los números se usan con mucha frecuencia en la vida diaria como etiquetas (números de teléfono, numeración de carreteras), como indicadores de orden (números de serie), como códigos (ISBN), etc. En matemática, la definición de número se extiende para incluir abstracciones tales como números fraccionarios, negativos, irracionales, trascendentales y complejos.

Números naturales y enteros:

Los *números naturales* (también llamados enteros positivos) son los números de contar 1, 2, 3, 4, 5,.... El número 2 surge al agregar una unidad al número 1, el número 3 surge al añadir una unidad al número 2 y así sucesivamente. El conjunto de números naturales se designa por la letra N: N= {1, 2, 3, 4, 5, 6,....}.

Los *números enteros* son el conjunto formado por los números naturales, sus negativos (también llamados enteros negativos) y el cero. El conjunto de los números enteros se designa por Z:

Z={....,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,....}

Obsérvese que el número 0 no se considera un número natural. El conjunto de los números enteros no negativos será designado por N U {0}. (U=Unión).

Tomado de la página web:

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_entero

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_natural

Número racional:

En sentido amplio se llama número racional o fracción común a todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros con denominador distinto de cero; el término "racional" alude a "ración" o parte de un todo, y no al pensamiento o actitud racional, para no confundir este término con un atributo del pensamiento humano.

En sentido estricto, número racional es el conjunto de todas las fracciones equivalentes a una dada. De todas ellas se toma como representante canónico del número racional en cuestión a la fracción irreducible, la de términos más sencillos.

Las fracciones equivalentes entre sí - número racional - son una clase de equivalencia, resultado de la aplicación de una relación de equivalencia al conjunto de números fraccionarios. El número racional permite resolver ecuaciones del tipo ax = b cuando a y b son números enteros.

El conjunto de los racionales se denota por, que significa quotient, "cociente" en varios idiomas europeos. Este conjunto de números incluye a los números enteros y es un subconjunto de los números reales.

Un número racional es un número real que puede expresarse en la forma a/b, en donde a y b son enteros y b ≠ 0. Notarás que todo entero a es un número racional, puesto que se puede expresar en la forma a/1.

Tomado de la página web:

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional

Número irracional:

Es cualquier número real que no es racional, es decir, es un número que no puede ser expresado como una fracción m/n, donde m y n son enteros, con n diferente de cero. Los números irracionales son los elementos de dicha recta que cubren los vacíos que dejan los números racionales. Los números irracionales son los elementos de la recta real que no pueden expresarse mediante el cociente de dos enteros y se caracterizan por poseer infinitas cifras decimales que no siguen un periodo definido.

Los numeros irracionales se clasifican en dos tipos:

1.- Irracionales Algebraicos:

Son la solución de alguna ecuación algebraica y se representan por un n úmero finito de radicales libres o anidados; si x representa ese número, al eliminar radicales del segundo miembro mediante operaciones inversas, queda una ecuación algebraica de cierto grado. Todas las raíces no exactas de cualquier orden son irracionales algebraicos. Por ejemplo, el número áureo es una de las raíces de la ecuación algebraica: x2 - x - 1 = 0, por lo que es un número irracional algebraico.

2.- Irracionales Trascendentes:

No pueden representarse mediante un número finito de raíces libres o anidadas; provienen de las llamadas funciones trascendentes: trigonométricas, logarítmicas y exponenciales. También surgen al escribir números decimales no periódicos al azar o con un patrón que no lleva periodo definido, respectivamente, como los dos siguientes:

0.193650278443757....

0.101001000100001....

Con números reales pueden realizarse todo tipo de operaciones básicas

con dos excepciones importantes:

1.- No existen raíces de orden par (cuadradas, cuartas, sextas, etc) de números negativos en números reales, razón por la que existe otro conjunto de números donde estas operaciones están definidas: los imaginarios.

2.- No existe la división entre cero, pues carece de sentido dividir entre nada o entre nadie, es decir, no existe la operación de dividir entre nada. Estas dos restricciones tienen repercusiones importantes en ramas más avanzadas de las matemáticas: existen asíntotas verticales en los lugares donde una función se indefine, es decir, en aquellos valores de la variable en los que se presenta una división entre cero, o no existe gráfica real en aquellos valores de la variable en que resulten números negativos para raíces de orden par, por mencionar un ejemplo de construcción de gráficas en geometría analítica.

Tomado de la página web:

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_irracional

Números reales:

En matemáticas, los **números reales** son aquellos que poseen una expresión decimal e incluyen tanto a los números racionales (como: 31, 37/22, 25,4) como a los números irracionales, que no se pueden expresar de manera fraccionaria y tienen infinitas cifras decimales no periódicas, tales como:

Pueden ser descritos de varias formas, algunas simples aunque carentes del rigor necesario para los propósitos formales de matemáticas y otras más complejas pero con el rigor necesario para el trabajo matemático formal.

Durante los siglos XVI y XVII el cálculo avanzó mucho aunque carecía de una base rigurosa, puesto que en el momento no se consideraba necesario el formalismo de la actualidad, y se usaban expresiones como «pequeño», «límite», «se acerca» sin una definición precisa. Esto llevó a una serie de paradojas y problemas lógicos que hicieron evidente la necesidad de crear una base rigurosa para la matemática, la cual consistió de definiciones formales y rigurosas (aunque ciertamente técnicas) del concepto de número real. En una sección posterior se describirán dos de las definiciones precisas más usuales actualmente: clases de equivalencia de sucesiones de Cauchy de números racionales y cortaduras de Dedekind.

Tomado de la página web:

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real

2. El concepto de Trigonometría:

Es el área de las Matemáticas que se encarga de estudiar las relaciones numéricas que existen entre los lados y los ángulos de un triángulo. La palabra se descompone en dos partes trigos que se refiere al triángulo y metres que se refiere a la medida.

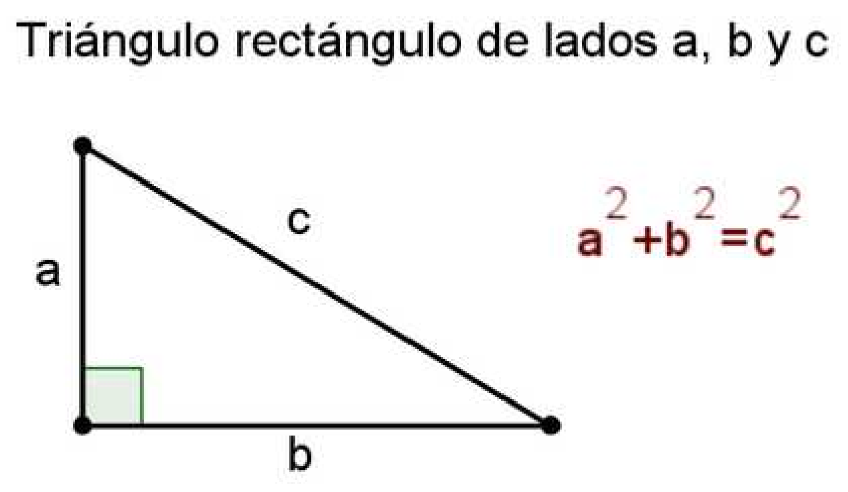
Entre las aplicaciones de la trigonometría en la vida cotidiana se encuentra la astronomía, donde permite determinar las distancias que existe entre estrellas y medir las distancias entre el sistema de navegación de un satélite y un punto geográfico determinado.

Caracteristicas de un triángulo

Las principales características de los triángulos se describen en el siguiente cuadro:

Teorema de Pitagoras

El Teorema de Pitágoras establece que en un triángulo rectángulo el cuadrado de la longitud de la hipotenusa (el lado de mayor longitud del triángulo rectángulo) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los dos catetos (los dos lados menores del triángulo rectángulo: los que conforman el ángulo recto). Si un triángulo rectángulo tiene catetos de longitudes a y b, y la medida de la hipotenusa es c, se establece que:



Tomado de la página web:

http://campus03.unadvirtual.org/moodle/mod/lesson/edit.php?id=6143

Concepto de Geometría Analítica

3. El concepto de Geometría Analítica:

Es el área que se encarga de estudiar los principios, propiedades, características y los parámetros de lugares geométricos bien definidos como la Recta, Circunferencia, Elipse, Parábola, Hipérbola. La Geometría Analítica, permite describir los lugares geométricos por medio de ecuaciones algebraicas. En el campo de la astronomía se ha realizado aplicaciones fundamentales empleando las cónicas, tal como las leyes de Kepler, donde la elipse es parte fundamental en su desarrollo.

GEOMETRIA ELEMENTAL

TÉRMINOS INDEFINIDOS DE LA GEOMETRÍA: (PUNTO, LÍNEA Y PLANO)

PUNTO

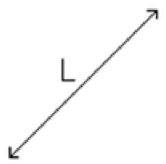
Un punto sólo tiene posición en el espacio.

Es la unidad indivisible de la geometría.

No tiene ninguna dimensión (largo, alto, ancho)

LÍNEA **Línea es una figura geométrica que se genera por un punto en movimiento.**

LÍNEA RECTA

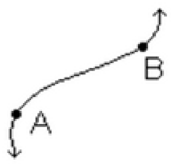


Línea recta: L

Si el punto se mueve sin cambiar de dirección, entonces es una línea recta.

Notación: $\overline{AB}$ ó $\overleftrightarrow{AB}$

LÍNEA CURVA



Línea curva

· Si el punto cambia continuamente de dirección entonces es una línea curva.

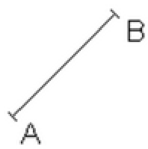
Notación: $\overset{\frown}{AB}$

Una línea puede ser recta, curva o combinada. Una línea cualquiera, puede extenderse en forma ilimitada.

RAYO Línea recta que crece en un solo sentido y una dirección

Rayo o semirecta

TRAZO

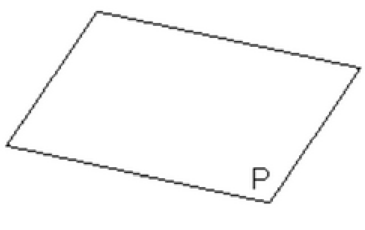


Trazo

Notación: $\overline{AB}$

Línea segmentada, se caracteriza por dos puntos terminales y se le asocia una dimensión (longitud)

PLANO

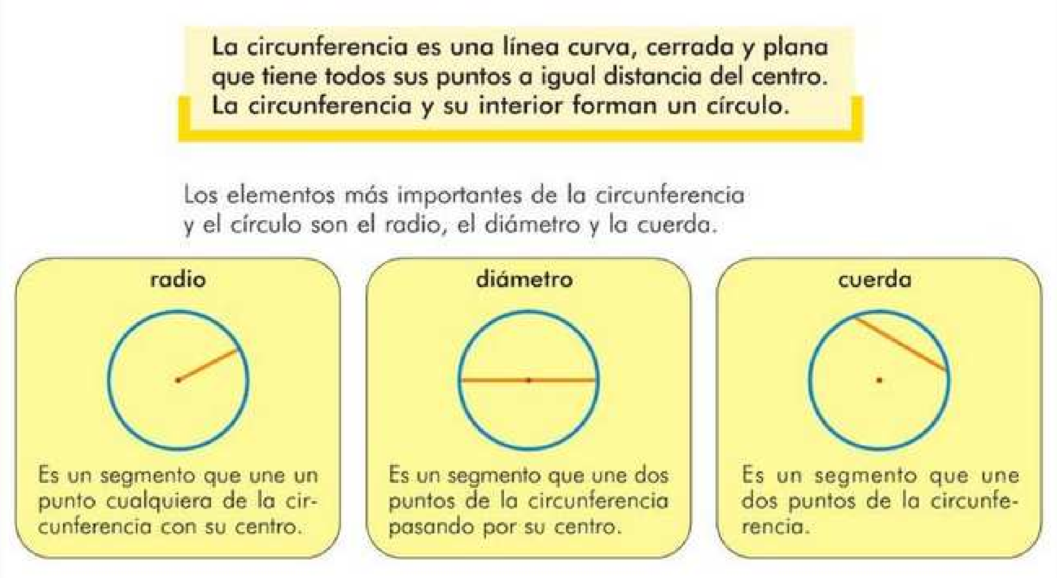


Un plano es una superficie que tiene longitud y anchura pero no espesor.

El plano tiene dos dimensiones a diferencia de la mayoría de los casos que nos rodean que están en tres dimensiones.

La geometría plana estudia por ejemplo los triángulos, cuadriláteros, circunferencia, círculo.

Conceptos básicos para Cónicas



Curva		Parábola	Elipse	Hipérbola
Parámetros www.Matematica1.com		$p \to$ Dist. vértice al foco $\to$ Dist. vértice a directriz	$2a \to$ Long. eje mayor $2b \to$ Long. eje menor $2c \to$ Dist. entre focos $c^2 = a^2 - b^2$	$2a \to$ Long. eje transverso $2b \to$ Long. eje conjugado $2c \to$ Dist. entre focos $c^2 = a^2 + b^2$
Ec. Ord. con centro en el origen	El eje focal es el eje x	$y^2 = 4p\,x$ Directriz: $x + p = 0$, Foco: $F(p, 0)$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Focos: $F(c, 0), F'(-c, 0)$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Focos: $F(c, 0), F'(-c, 0)$
Ec. Ord. con centro en el origen	El eje focal es el eje y	$x^2 = 4p\,y$ Directriz: $y + p = 0$, Foco: $F(0, p)$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ Focos: $F(0, c), F'(0, -c)$	$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Focos: $F(0, c), F'(0, -c)$
Ec. Ord. con centro fuera del origen	Eje focal paralelo al eje x	$(y-k)^2 = 4p\,(x-h)$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
Ec. Ord. con centro fuera del origen	Eje focal paralelo al eje y	$(x-h)^2 = 4p\,(y-k)$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$	$-\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
Longitud del lado recto		$4p$	$2b^2/a$	$2b^2/a$
Excentricidad		$e = 1$	$e = c/a < 1$	$e = c/a > 1$