

Tema: Ecuaciones con Valor Absoluto

Descripción: El valor absoluto se define como la distancia que hay entre un número y su origen. En general, para resolver una ecuación con valor absoluto debemos buscar aquellos valores que satisfagan la expresión $|x| = k$ utilizando la siguiente información: $|x| = k$ es equivalente a: $x = k$ ó $x = -k$

Ejemplos:

1) Encuentre la solución para $|2x - 3| = x + 5$.

Solución:

Se deben resolver los siguientes casos:

Caso 1:

$$2x - 3 = x + 5$$

$$2x - x = 5 + 3$$

$$x = 8$$

Caso 2:

$$2x - 3 = -(x + 5)$$

$$2x - 3 = -x - 5$$

$$2x + x = -5 + 3$$

$$3x = -2$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-2}{3}$$

$$x = \frac{-2}{3}$$

Así, de esta forma, se obtendrán las siguientes soluciones $x = 8, -\frac{2}{3}$.

2) Encuentre la solución para $\frac{3}{5}|6x + 1| = -6$

Solución:

$$|6x + 1| = -6 \cdot \frac{5}{3}$$

$$|6x + 1| = -10$$

El resultado de un valor absoluto no puede ser negativo. Por lo tanto, la ecuación no tiene solución.

3) Encuentre la solución para $\left|3x + \frac{1}{4}\right| = |x - 6|$

Solución:

Hay que resolver 2 casos, $\left|x + \frac{1}{4}\right| = x - 6$ y $\left|x + \frac{1}{4}\right| = -x + 6$ que a su vez

cada uno se subdivide en dos casos más, quedando los siguientes cuatro

casos: $3x + \frac{1}{4} = x - 6$, $3x + \frac{1}{4} = -x + 6$, $3x + \frac{1}{4} = -x + 6$, y $3x + \frac{1}{4} = x - 6$

Como podrán notar el primer y el cuarto caso son iguales. También los dos del centro son iguales. Así que, es suficiente resolver los primeros dos casos.

Caso 1:

$$3x + \frac{1}{4} = x - 6$$

$$3x - x = -6 - \frac{1}{4}$$

$$2x = -\frac{25}{4}$$

$$x = -\frac{25}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{25}{8} = -3\frac{1}{8}$$

Caso 2:

$$3x + \frac{1}{4} = -x + 6$$

$$3x + x = 6 - \frac{1}{4}$$

$$4x = \frac{23}{4}$$

$$x = \frac{23}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{23}{16} = 1\frac{7}{16}$$

Así que, las soluciones son $x = -3\frac{1}{8}, 1\frac{7}{16}$.

Ejercicios:

Resolver:

$$1) \left| \frac{2x}{3} + 10 \right| = 0$$

$$2) \left| \frac{x}{2} + 2 \right| = 7x - 5$$

$$3) \left| 9x + \frac{1}{3} \right| = |x - 3|$$

Soluciones:

$$1) x = -15$$

$$2) x = 1\frac{1}{13}, \frac{2}{5}$$

$$3) x = -\frac{5}{12}, \frac{4}{15}$$