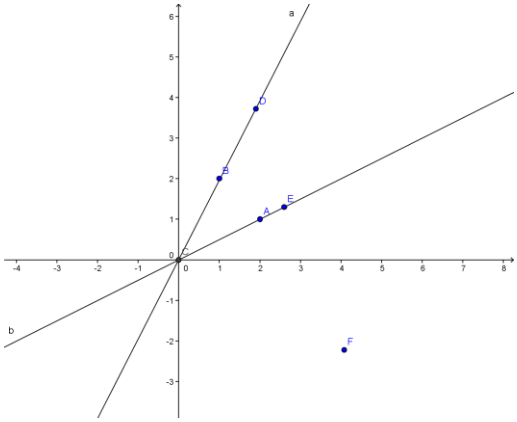
1. Stabilire quale curva corrisponde all'equazione $2x^2-5xy+2y^2=0$.

L'equazione precedente, mancando del termine noto, è certamente soddisfatta per $x=y=0$ e quindi rappresenta una conica. Il suo discriminante è $b^2-4ac=(-5)^2-4(2)(2)=9>0$ e quindi rappresenta un'iperbole.

Possiamo verificare che, scomponendo in fattori il primo membro dell'equazione data, essa assume la forma $(x-2y)(2x-y)=0$. Per la legge di annullamento del prodotto tale equazione è soddisfatta se e solo se si ha $(x-2y)=0 \vee (2x-y)=0$ e quindi l'insieme delle soluzioni è rappresentato, nel piano cartesiano, dall'unione delle due rette di equazioni $x-2y=0$ e $2x-y=0$.

La conica in esame è dunque un' iperbole degenere.



2. Data l'equazione $x^2+y^2+1=0$. E' possibile osservare che questa equazione non ha soluzioni reali. In tal caso si usa dire che l'equazione rappresenta una conica immaginaria .

3. Consideriamo l'equazione $3x^2+2xy+3y^2-8x-16y+24=0$. Il discriminante di tale equazione è $b^2-4ac=(2)^2-4(3)(3)=-32<0$. Quindi *se l'equazione ha almeno una soluzione*, rappresenta un'ellisse. Per stabilire se l'equazione ha soluzioni, trattiamola come un'equazione nell'incognita x, considerando y come un parametro; evidenziando i coefficienti di x^2, di x e termine noto.

$$3x^2+(2y-8)x+(3y^2-16y+24)=0$$

   Il discriminante di quest'ultima equazione è : $\Delta=(2y-8)^2-12(3y^2-16y+24)=-32(y^2-5y+7)$.

   L'equazione della conica ha soluzioni reali per i valori di y per cui è $\Delta\geq0$. Per determinare se esistono tali valori, risolviamo la disequazione $-32(y^2-5y+7)\geq0 \rightarrow y^2-5y+7\leq0 \rightarrow$ impossibile.

   Pertanto l' insieme delle soluzioni dell'equazione è l'insieme vuoto e l'equazione proposta non rappresenta alcuna conica.

4. Data l'equazione $x^2+2xy+y^2-3x-y+4=0$. Verifichiamo se ammette almeno una soluzione. Facciamo i passaggi dell'esercizio precedente. $x^2+x(2y-3)+(y^2-y+4)=0 \rightarrow\Delta=(2y-3)^2-4(y^2-y+4)=-8y-7$. Avremo soluzioni se $-8y-7\geq0 \rightarrow y\leq-7/8$. A questo punto siamo certi che sia una conica. Dobbiamo solo

stabilire la sua natura. Quindi calcoliamo b^2-4ac= $(2)^2$-4(1)(1)=0 → la conica è una parabola.