

## SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Una *ecuación* es un enunciado o proposición que plantea la igualdad de dos expresiones, donde al menos una de ellas contiene cantidades desconocidas llamadas variables o incógnitas.

Un *sistema de ecuaciones* es un conjunto integrado por más de una ecuación. Si un sistema consta de  $m$  ecuaciones y  $n$  incógnitas, se dice que el sistema es de dimensión "m x n".

## SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES

Consideremos la ecuación de la forma

$$ax + by + c = 0 \text{ Ecuación de la recta}$$

Donde  $a, b$  y  $c$  son constantes, y  $x$  y  $y$  son variables.

Ahora consideremos el sistema de dos ecuaciones lineales:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0, \text{ con } a_1 \cdot b_1 \neq 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0, \text{ con } a_2 \cdot b_2 \neq 0$$

$x$  y  $y$  representan simultáneamente los mismos valores. Este sistema de ecuaciones lineales se representa mediante dos rectas en dos dimensiones.

### Conjuntos solución

Al resolver sistemas de ecuaciones, se busca obtener los valores de las variables que satisfagan simultáneamente las ecuaciones del sistema.

Ejemplo: En el sistema de ecuaciones:

$$2x + 4y = 20$$

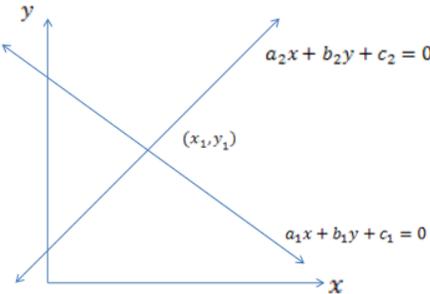
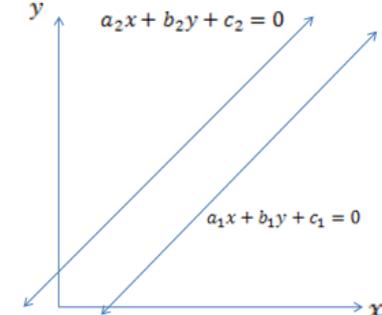
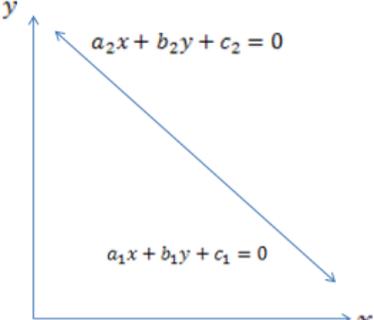
$$3x + y = 10$$

Se quiere encontrar los valores de  $x$  y  $y$  tal que satisfagan ambas ecuaciones al mismo tiempo.

$$\text{Conjunto solución } S = \{(x, y) | 2x + 4y = 20 \text{ y } 3x + y = 10\}$$

El conjunto  $S$  puede ser un conjunto nulo, un conjunto finito o un conjunto infinito.

Gráficamente, se trata de determinar si las dos rectas que representan las ecuaciones tienen puntos en común. Las posibles soluciones en forma gráfica que puede adoptar el sistema de ecuaciones son:

	<p><i>Solución única:</i> las rectas se interceptan. La solución está dada en el punto <math>(x_1, y_1)</math></p>
	<p><i>Ninguna solución:</i> Rectas paralelas. No tienen puntos de intersección en común. No hay valores para las variables que satisfagan ambas ecuaciones.</p>
	<p><i>Infinidad de soluciones:</i> Las rectas coinciden. Un número infinito de puntos es común a las dos rectas.</p>

En un sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales:

$$y = m_1x + k_1$$

$$y = m_2x + k_2$$

Donde  $m_1$  y  $m_2$  representan las pendientes de cada recta respectivamente y  $k_1$  y  $k_2$  representan las intersecciones respectivas con el eje  $y$ .

- I. El sistema tiene solución única si  $m_1 \neq m_2$
- II. El sistema no tiene solución si  $m_1 = m_2$  y  $k_1 \neq k_2$
- III. Hay infinitas soluciones si  $m_1 = m_2$  y  $k_1 = k_2$

Ejemplo:

Hallar el conjunto solución del sistema:

$$2x + 4y = 20$$

$$3x + y = 10$$

En primer lugar graficamos las dos rectas:

$$y = -\frac{1}{2}x + 5$$

$$y = -3x + 10$$

Un primer análisis indica que el sistema tiene *solución única*, ya que las pendientes de las rectas son diferentes.

Conjunto solución  $S = \{(2,4) | 2x + 4y = 20 \text{ y } 3x + y = 10\}$