



GOBIERNO DE
CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

MATEMÁTICA

Programa de Estudio

Séptimo Año Básico

**Propuesta preliminar presentada a revisión del
Consejo Nacional de Educación**

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN
UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN
DICIEMBRE 2010**

*Texto por incluir
(Carta del Ministro)*

Documento borrador

INDICE

Presentación	4
Nociones básicas	5
-Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes	5
-Objetivos Fundamentales Transversales	7
-Mapas de Progreso	9
Consideraciones generales para implementar el programa	11
-Uso del lenguaje	11
-Uso de las Tecnologías de Información y Comunicación	12
-Atención a la diversidad	12
Orientaciones para planificar y evaluar	14
-Orientaciones para planificar	14
-Orientaciones para la evaluación	16
Matemática: Propósitos, habilidades y orientaciones didácticas	18
Visión global del año	21
- Cuadro sinóptico de aprendizajes esperados	21
Unidades	
- Semestre 1	23
- Unidad 1. Números y Álgebra	24
- Unidad 2. Geometría	35
-Semestre 2	41
- Unidad 3. Números Geometría	42
- Unidad 4. Datos y Azar	54
Material de apoyo sugerido	64
Anexos:	
-Anexo 1: Uso flexible de otros instrumentos curriculares	68
-Anexo 2: Planificación y evaluación: Orientaciones específicas	69
-Anexo 3: Objetivos Fundamentales por Semestre y Unidad.	75
-Anexo 4: Contenidos Mínimos Obligatorios por semestre y unidad	76
-Anexo 5: Relación entre Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)	78

PRESENTACIÓN

El programa como propuesta para lograr los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos

El programa de estudio ofrece una propuesta para organizar y orientar el trabajo pedagógico del año escolar. Esta propuesta tiene como propósito promover el logro de los Objetivos Fundamentales (OF) y el desarrollo los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) que define el marco curricular¹.

La ley establece que cada establecimiento puede elaborar sus propios programas de estudio, previa aprobación de los mismos por parte del Mineduc. El presente programa constituye una propuesta para aquellos establecimientos que no cuentan con programas propios.

Los principales componentes que conforman la propuesta del programa son:

- Una especificación de los aprendizajes que se deben lograr para alcanzar los OF y CMO del marco curricular, lo que se expresa a través de los *aprendizajes esperados*².
- Una organización temporal de estos aprendizajes en semestres y unidades
- Una propuesta de actividades de aprendizaje y de evaluación, presentadas a modo de sugerencia.

De manera adicional a estos componentes, se presenta un conjunto de elementos que se entregan con la finalidad de orientar el trabajo pedagógico realizado a partir del programa y promover el logro de los objetivos que éste propone.

La totalidad de los elementos que componen el programa se organizan de la siguiente manera:

- *Nociones básicas.* Esta sección presenta conceptos fundamentales que están a la base del Marco Curricular, y a la vez una visión general sobre la función de los mapas de progreso.
- *Consideraciones generales para implementar el programa.* Consisten en orientaciones relevantes para trabajar con el programa y organizar el trabajo en torno al mismo.
- *Orientaciones para planificar y evaluar.* Entregan sugerencias generales para poner estos procesos al servicio del logro de los aprendizajes definidos en el programa.
- *Propósitos, habilidades y orientaciones didácticas.* Esta sección presenta sintéticamente los propósitos y sentidos sobre los que se articulan los aprendizajes del sector y las habilidades a desarrollar. También entrega algunas orientaciones pedagógicas relevantes para implementar el programa en el sector.
- *Visión global del año.* Presenta la totalidad de aprendizajes esperados a desarrollar durante el año, organizados de acuerdo a unidades.
- *Unidades.* Junto con especificar los aprendizajes esperados propios a la unidad, incluyen indicadores de evaluación y sugerencias de actividades que apoyan y orientan el trabajo destinado a promover estos aprendizajes.
- *Instrumentos y ejemplos de evaluación.* Ilustran formas de apreciar el logro de los aprendizajes esperados, y presentan estrategias diversas que pueden ser utilizadas para este fin.
- *Material de apoyo sugerido.* Se trata de recursos bibliográficos y electrónicos que pueden ser utilizados para promover los aprendizajes del sector, distinguiendo aquéllos para ser consultados por el docente de los que pueden ser utilizados por los estudiantes.

¹ Decretos supremos 254 y 256 de 2009.

² Algunos casos estos aprendizajes están formulados en los mismos términos que algunos de los OF del marco curricular. Esto ocurre cuando dicho OF puede ser desarrollado de manera íntegra en una misma unidad de tiempo, sin que sea necesario su desglose en definiciones más específicas.

NOCIONES BÁSICAS

1. Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes

Habilidades, conocimientos y actitudes...

Los aprendizajes que promueve el marco curricular y los programas de estudio apuntan a un desarrollo integral de los estudiantes. Para estos efectos, estos aprendizajes involucran tanto al desarrollo de conocimientos propios de la disciplina, como habilidades y actitudes.

...movilizados para enfrentar diversas situaciones y desafíos...

Se busca que los estudiantes pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto del sector de aprendizaje, como al desenvolverse en su entorno. Esto supone una orientación hacia el logro de competencias, entendidas como la movilización de conocimientos, habilidades y actitudes para desarrollar de manera efectiva una acción determinada.

...y que se desarrollan de manera integrada.

Se trata de una noción de aprendizaje en la que estas habilidades, conocimientos y actitudes se desarrollan de manera integrada, enriqueciéndose y potenciándose de manera recíproca.

Requieren ser promovidas de manera sistemática

Las habilidades, conocimientos y actitudes no se adquieren espontáneamente a través del estudio de las disciplinas. Requieren ser promovidas de manera metódica y estar explícitas en los propósitos que articulan el trabajo de los docentes.

Habilidades

Son importantes porque...

Son fundamentales en el actual contexto social

... el aprendizaje involucra no sólo el saber, sino también el saber hacer. Por otra parte, la continua expansión y complejización del conocimiento demanda crecientemente capacidades de pensamiento que permitan, entre otras cosas, utilizar el conocimiento de manera apropiada y rigurosa; adquirir nuevos conocimientos; examinar críticamente la diversidad de fuentes de información disponibles; y generar nuevos conocimientos e información.

Esta situación hace relevante la promoción de diversas habilidades, como por ejemplo: resolver problemas, formular conjeturas, realizar cálculos en forma mental y escrita y verificar proposiciones simples, entre otras.

Se deben desarrollar de manera integrada porque...

Permiten poner en juego los conocimientos

... sin el desarrollo de habilidades, los conocimientos y conceptos que puedan adquirir los alumnos resultan elementos inertes, es decir, elementos que no pueden ser puestos en juego para comprender y enfrentar las diversas situaciones a las que se ven enfrentados.

Conocimientos

Son importantes porque...

Enriquecen la comprensión y la relación con el entorno

... los conceptos de las disciplinas o sectores de aprendizaje enriquecen la comprensión de los estudiantes sobre los fenómenos a los que se ven enfrentados. Les permiten relacionarse con el entorno utilizando nociones de una complejidad y profundidad que complementan de una manera crucial el saber obtenido desde el sentido común y de la experiencia cotidiana. Adicionalmente, estos conceptos son fundamentales para la construcción de nuevos aprendizajes por parte de los estudiantes.

Por ejemplo, si se observa una información en un diario que contenga datos representados en tablas o gráficos, el estudiante utiliza sus conocimientos sobre estadística para interpretar a esa información. Los conocimientos previos le capacita para predecir sobre lo que va a leer para luego verificar sus predicciones en la medida que entiende la información y así construir este nuevo conocimiento.

Se deben desarrollar de manera integrada porque...

Son una base para el desarrollo de habilidades

... son una condición para el desarrollo de las habilidades. Las habilidades no se desarrollan en un vacío, sino sobre la base de ciertos conceptos o conocimientos determinados.

Actitudes

Son importantes porque...

Están involucradas en los propósitos formativos de la educación

... los aprendizajes no son elementos que involucran únicamente la dimensión cognitiva. Siempre están asociados con las actitudes y disposiciones de los estudiantes. Dentro de los propósitos establecidos para la educación se contempla el desarrollo en los ámbitos personal, social, ético y ciudadano. Estos involucran aspectos de carácter afectivo, y a la vez el desarrollo de ciertas disposiciones.

A modo de ejemplo, los aprendizajes involucran actitudes tales como perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos, trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos y respeto por ideas distintas a las propias.

Se deben desarrollar de manera integrada porque...

Son enriquecidas por los conocimientos y habilidades

... en muchos casos requieren de los conocimientos y habilidades para su desarrollo. Estos conocimientos y habilidades entregan herramientas necesarias para elaborar juicios informados, analizar críticamente diversas circunstancias, y para contrastar criterios y decisiones, entre otros procesos involucrados en el desarrollo de actitudes.

Orientan la forma de usar los conocimientos y habilidades

A la vez, las actitudes orientan el sentido y el uso que cada alumno otorgue a los conocimientos y habilidades adquiridas. Son por lo tanto un antecedente necesario para hacer un uso constructivo de estos elementos.

2. Objetivos Fundamentales Transversales (OFT)

Son propósitos generales definidos en el currículum...

Son aprendizajes que tienen un carácter comprensivo y general, y que apuntan al desarrollo personal, ético, social e intelectual de los estudiantes. Forman parte constitutiva del currículum nacional, y por lo tanto los establecimientos deben hacerse cargo de promover su logro.

... que deben ser promovidos en la totalidad de la experiencia escolar.






Los OFT no se desarrollan a través de un sector de aprendizaje en particular, sino que dependen del conjunto del currículum. Tienen lugar tanto a través de las diversas disciplinas del currículum, como de las diversas dimensiones del quehacer educativo (por ejemplo, a través del proyecto educativo institucional, la práctica docente, el clima organizacional, la disciplina o las ceremonias escolares).

Integran conocimientos, habilidades y actitudes

No se trata de objetivos que involucren únicamente actitudes y valores. Supone la integración de estos elementos con el desarrollo de conocimientos y habilidades.

Se organizan en una matriz común para educación básica y media.

A partir de la actualización al marco curricular realizada el año 2009, estos objetivos están organizados bajo un esquema común para la Educación Básica y la Educación Media. De acuerdo a este esquema, los Objetivos Fundamentales Transversales se Organizan en 5 ámbitos: crecimiento y autoafirmación personal, desarrollo del pensamiento, formación ética, la persona y su entorno, y tecnologías de información y comunicación.

Lenquaje y Comunicación Idioma extranjero		
Matemática	Crecimiento y autoafirmación personal	
Historia, Geografía y Ciencias Sociales		
Ciencias Naturales	Desarrollo del pensamiento	
Educación Tecnológica		
Artes Visuales Artes Musicales	Formación ética	
Consejo de curso/Orientación		
Religión	La persona y su entorno	
		
	Tecnologías de información y Comunicación	

3. Mapas de progreso

*Describen
sintéticamente
cómo progresa el
aprendizaje...*

Son descripciones generales que señalan de qué manera progresan típicamente los aprendizajes en las áreas clave de un sector determinado. Se trata de formulaciones sintéticas que se centran en los aspectos esenciales de cada sector. A partir de esto ofrecen una visión panorámica sobre el conjunto de la progresión del aprendizaje en los 12 años de escolaridad³.

*... de manera
congruente con el
marco curricular y
los programas de
estudio.*

Los mapas de progreso no establecen aprendizajes adicionales a los definidos en el marco curricular y los programas de estudios. La progresión que describen es una expresión más gruesa y sintética de los aprendizajes que estos dos instrumentos establecen, y que por lo tanto se inscribe dentro de lo que se plantea en ellos. Su particularidad consiste en la visión de conjunto que entregan sobre la progresión esperada a lo largo de toda la asignatura.

¿Qué utilidad tienen los mapas de progreso para el trabajo de los docentes?

*Sirven de apoyo
para planificar y
evaluar...*

Los mapas de progreso pueden ser un apoyo importante tanto para **definir objetivos adecuados** como para realizar el proceso de **evaluación** (ver orientaciones para la planificación y para la evaluación que se presentan en el programa).

Adicionalmente, los mapas de progreso son un referente útil para **atender a la diversidad** de estudiantes dentro del aula.

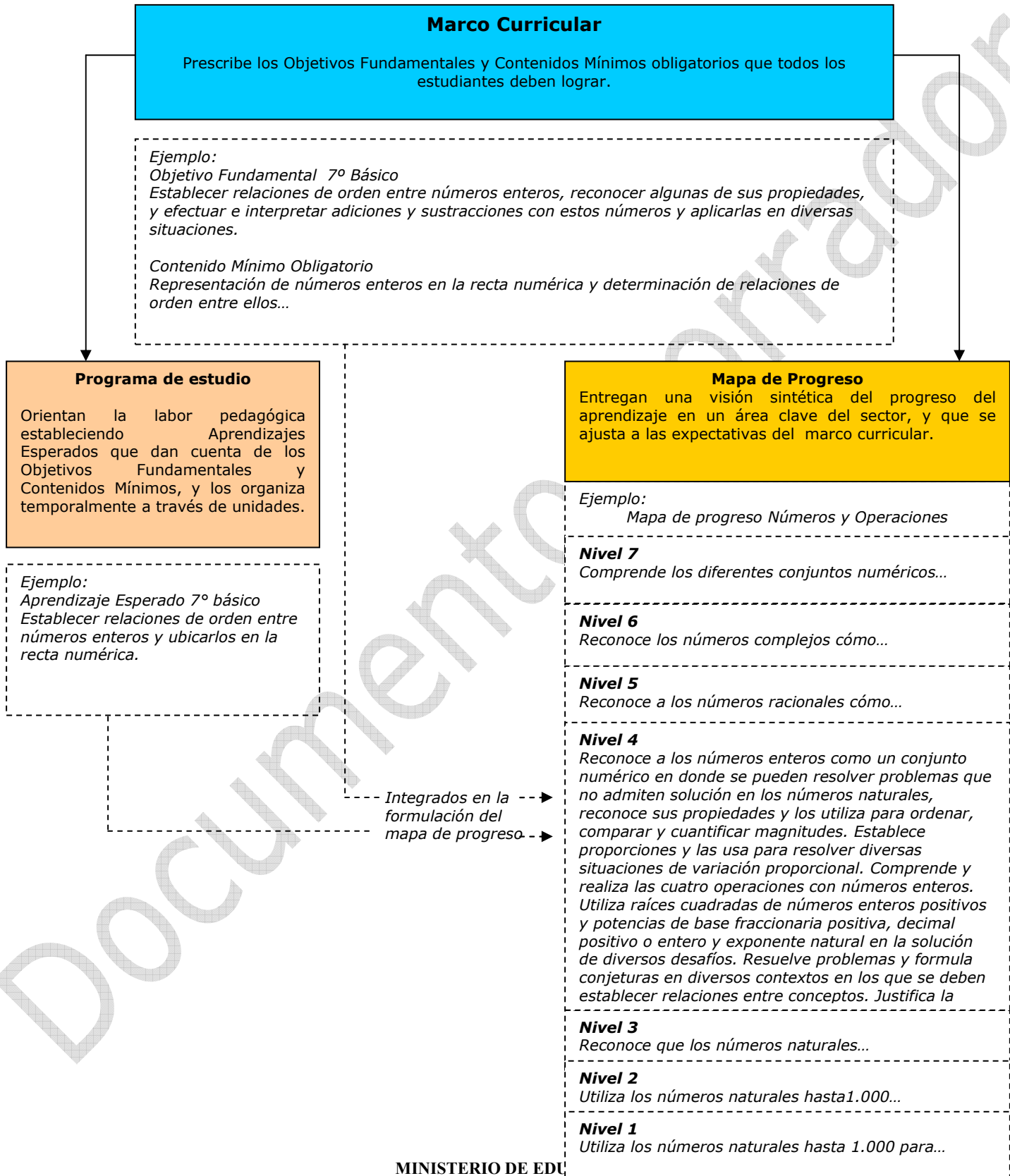
*... y para atender la
diversidad al
interior del curso.*

- Permiten dar un paso que va más allá de la simple constatación que existen distintos niveles de aprendizaje dentro de un mismo curso. Dan pie para caracterizar e identificar con mayor precisión en qué consisten estas diferencias, a partir de su uso para analizar los desempeños de los estudiantes.
- La progresión que describen permite reconocer en qué sentido orientar los aprendizajes de los distintos grupos que se manifiestan en un mismo curso, tanto de aquellos que no han logrado el nivel esperado para el curso, como para aquellos que ya lo han alcanzado o superado.

Expresan el progreso del aprendizaje en un área clave del sector de manera sintética y alineada al marco curricular

³ Los mapas de progreso describen en 7 niveles el crecimiento típico del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel I corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de Segundo Básico; el nivel 2 corresponde al término de Cuarto Básico, y así sucesivamente. El nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar de la Educación Media es "sobresaliente", es decir, va más allá de la expectativa para Cuarto Medio, que describe el nivel 6 en cada mapa.

Relación entre Mapas de progreso, Programa de estudio y Marco Curricular



CONSIDERACIONES GENERALES PARA IMPLEMENTAR EL PROGRAMA

Las orientaciones que se presentan a continuación destacan algunos elementos relevantes al momento de implementar el programa. Algunas de estas orientaciones se vinculan estrechamente con algunos de los OFT contemplados en el currículum.

1. Uso del lenguaje

La lectura, la escritura y la comunicación oral deben ser promovidas en los distintos sectores de aprendizaje

Los docentes deben promover el ejercicio de la comunicación oral, de la lectura y la escritura como parte constitutiva del trabajo pedagógico correspondiente a cada sector de aprendizaje.

Esto se justifica porque las habilidades de comunicación son herramientas fundamentales que los estudiantes deben emplear para alcanzar los aprendizajes propios de cada sector. Se trata de habilidades que no se desarrollan únicamente en el contexto del sector Lenguaje y Comunicación, sino que se consolidan a través del ejercicio en diversos espacios y en torno a diversos temas, y por lo tanto, involucran los otros sectores de aprendizaje del currículum.

Al momento de recurrir a la lectura, la escritura y la comunicación oral, los docentes deben procurar:

Lectura:

- la lectura de distintos tipos de textos relevantes para el sector (textos informativos propios del sector, textos periodísticos, narrativos, tablas y gráficos);
- la lectura de textos de creciente complejidad en los que se utilicen conceptos especializados del sector;
- la identificación de las ideas principales y la localización de información relevante;
- la realización de resúmenes, síntesis de las ideas y argumentos presentados en los textos;
- la búsqueda de información en fuentes escritas, discriminándola y seleccionándola de acuerdo a su pertinencia ;
- la comprensión y dominio de nuevos conceptos y palabras.

Se deben contemplar diversas consideraciones al promover estas habilidades

Escritura:

- la escritura de textos de diversa extensión y complejidad (por ejemplo, reportes, ensayos, descripciones, respuestas breves);
- la organización y presentación de información a través de esquemas o tablas;
- la presentación de las ideas de una manera coherente y clara;
- el uso apropiado del vocabulario en los textos escritos;
- el uso correcto de la gramática y de la ortografía.

Comunicación oral:

- la capacidad de exponer ante otras personas;
- la expresión de ideas y conocimientos de manera organizada;
- el desarrollo de la argumentación al formular ideas y opiniones;
- un uso del lenguaje con niveles crecientes de precisión, incorporando los conceptos propios del sector;
- el planteamiento de preguntas para expresar dudas, inquietudes, y para superar dificultades de comprensión;
- la disposición para escuchar información de manera oral, manteniendo la atención durante el tiempo requerido;
- la interacción con otras personas para intercambiar ideas, analizar información y elaborar conexiones en relación a un tema en particular, compartir puntos de vista y desarrollar acuerdos.

2. Uso de las Tecnologías de Información y Comunicación (TICs)

El uso de las TICs debe ser promovido a través de los sectores de aprendizaje

El desarrollo de las capacidades para utilizar las tecnologías de la información y comunicación (TICs) está contemplado de manera explícita como uno de los Objetivos Fundamentales Transversales del marco curricular. Esto demanda que el dominio y uso de estas tecnologías se promueva de manera integrada al trabajo realizado al interior de los sectores de aprendizaje. Para esto se debe procurar que la labor de los estudiantes incluya el uso de las TICs para:

Se puede recurrir a diversas formas de utilizar estas tecnologías.

- buscar, acceder y recolectar información en páginas web u otras fuentes; y seleccionar esta información examinando críticamente su relevancia y calidad
- procesar y organizar datos utilizando plantillas de cálculo, y manipular la información sistematizada en éstas para identificar tendencias, regularidades y patrones relativos a los fenómenos estudiados en el sector
- desarrollar y presentar información a través del uso de procesadores de texto, plantillas de presentación (Power Point), así como herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video
- intercambiar información a través de las herramientas que ofrece Internet como el correo electrónico, Chat, espacios interactivos en sitios web, o comunidades virtuales
- respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TICs, como el cuidado personal y el respeto por el otro al utilizar estas herramientas, señalar las fuentes de donde se obtiene la información, y respetar las normas de uso y de seguridad de los espacios virtuales

3. Atención a la diversidad

La diversidad entre estudiantes establece desafíos que deben ser tomados en consideración

En el trabajo pedagógico, el docente debe tomar en cuenta la diversidad entre los estudiantes, ya sea en términos culturales, sociales, étnicos o religiosos; así como en términos de estilos de aprendizaje y de los niveles de conocimiento.

Esta diversidad trae consigo desafíos que requieren ser contemplados por los docentes. Entre estos cabe señalar:

- promover el respeto a cada uno de los estudiantes, en un contexto de tolerancia y apertura, evitando las distintas formas de discriminación
- procurar que los aprendizajes se desarrollen de una manera significativa en relación al contexto y la realidad de los estudiantes
- procurar que todos los estudiantes logren los objetivos de aprendizaje señalados en el currículum, pese a la diversidad que se manifiesta entre ellos

Atención a la diversidad y promoción de aprendizajes

Se debe tener en cuenta que atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje no implica “expectativas más bajas” para algunos estudiantes. Por el contrario, la necesidad de educar en forma diferenciada aparece cuando nos damos cuenta que para que *todos* los alumnos alcancen altas expectativas, debemos reconocer sus necesidades didácticas personales. Aspiramos a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes dispuestos para su nivel o grado.

Es necesario atender a la diversidad para que todos logren los aprendizajes.

Se debe tener en cuenta que atender a la diversidad no implica “expectativas más bajas”, por el contrario, la necesidad de educar en forma diferenciada aparece cuando nos damos cuenta que para que los alumnos alcancen altas expectativas, debemos reconocer sus necesidades didácticas personales. Aspiramos a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes dispuestos para su nivel de curso.

En atención a lo anterior, es conveniente que al momento de diseñar el trabajo en una unidad, el docente debe considerar que para que algunos estudiantes logren estos aprendizajes precisarán más tiempo o métodos diferentes. Para esto debe desarrollar una planificación inteligente que genere las condiciones que le permitan:

Esto demanda conocer qué saben, y en base a esto definir flexiblemente las diversas medidas pertinentes

- conocer los diferentes niveles de aprendizaje y conocimientos previos de los estudiantes
- evaluar y diagnosticar en forma permanente para reconocer las necesidades de aprendizaje
- definir la excelencia considerando el progreso individual como punto de partida
- incluir combinaciones didácticas (agrupamientos, trabajo grupal, rincones) y materiales diversos (Visuales, objetos manipulables)
- evaluar de diversas maneras a los alumnos y dar tareas con múltiples opciones
- promover la confianza de los alumnos en sí mismo
- Promover un trabajo sistemático por parte de los estudiantes y ejercitación abundante

ORIENTACIONES PARA PLANIFICAR Y EVALUAR

I. ORIENTACIONES PARA PLANIFICAR

La planificación favorece el logro de los aprendizajes

La planificación es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para que los estudiantes logren los aprendizajes que deben alcanzar.

El programa sirve de apoyo a la planificación a través de un conjunto de elementos elaborados para este fin

Los programas de estudio del Ministerio de Educación constituyen una herramienta de apoyo al proceso de planificación. Para estos efectos han sido elaborados como un material flexible que los profesores pueden adaptar a su realidad en los distintos contextos educativos del país.

El principal referente que entrega el programa de estudio para planificar son los **aprendizajes esperados**. De manera adicional, el programa apoya de planificación a través de la propuesta de **unidades**, de la **estimación del tiempo** cronológico requerido en cada una, y de la **sugerencia de actividades** para desarrollar los aprendizajes.

Consideraciones generales para realizar la planificación

La planificación es un proceso que se recomienda realizar considerando los siguientes aspectos

Se debe planificar tomando en cuenta la diversidad, el tiempo real, las prácticas anteriores y los recursos disponibles

- La diversidad de niveles de aprendizaje que han alcanzado los estudiantes del curso, lo que implica planificar considerando desafíos para distintos grupos de alumnos.
- El tiempo real con que se cuenta, de manera de optimizar el tiempo disponible.
- Las prácticas pedagógicas que han dado resultados satisfactorios.
- Los recursos para el aprendizaje con que se cuenta: textos escolares, materiales didácticos, recursos elaborados por la escuela o aquellos que es necesario diseñar, laboratorio, materiales disponibles en el Centro de Recursos de Aprendizaje (CRA), entre otros.

Sugerencias para el proceso de planificación

Para que la planificación efectivamente ayude al logro de los aprendizajes, debe estar centrada en torno a estos y desarrollarse a partir de una visión clara de los mismos. Para lograr esto se recomienda desarrollar la planificación en los siguientes términos:

Lograr una visión lo más clara y concreta posible sobre los desempeños que dan cuenta de los aprendizajes ...

- Partir por una especificación de los aprendizajes esperados que no se limite a listarlos. Una vez identificados, es necesario desarrollar una idea lo más clara posible de las expresiones concretas de estos aprendizajes. Esto implica reconocer qué desempeños de los estudiantes dan cuenta del logro de los aprendizajes. Se debe poder responder preguntas como ¿Qué deberían ser capaces de demostrar los estudiantes que han logrado un determinado aprendizaje esperado?, ¿qué habría que observar para saber que un aprendizaje ha sido logrado?

... y en base a esto decidir las evaluaciones, las estrategias de enseñanza, y la distribución temporal.

- A partir de las respuestas a estas preguntas, decidir las evaluaciones a realizar y las estrategias de enseñanza. Específicamente, se debe identificar qué tarea de evaluación es más pertinente para observar el desempeño esperado, así como las modalidades de enseñanza que facilitarán su desarrollo. En base a este proceso se deben definir las evaluaciones formativas y sumativas, las actividades de enseñanza, y las instancias de retroalimentación. A su vez, esto constituye un antecedente central al momento de distribuir el tiempo del sector, ya sea al realizar la planificación anual, al planificar una unidad, o al realizar un plan de clase.

Para llevar a cabo este proceso, los docentes pueden complementar los programas con los mapas de progreso. Estos entregan elementos útiles para reconocer el tipo de desempeño asociado a los aprendizajes.

Expresiones más concretas respecto de la forma de desarrollar la planificación se pueden encontrar en las orientaciones específicas para el proceso de planificación anual, de unidad y de clase que se presenta en el Anexo 2.

II. ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN

Apoya el proceso de aprendizaje al permitir su monitoreo, retroalimentar a los estudiantes y sustentar la planificación.

La evaluación es un proceso que forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. No sólo debe ser utilizada como un medio para controlar qué saben los estudiantes, sino que cumple un rol central en la promoción y desarrollo del aprendizaje. Para que la evaluación efectivamente cumpla con esta función debe tener como objetivos.

- Ser un medio con el cual medimos progreso en el logro de los aprendizajes.
- Proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los estudiantes, y sobre esta base retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados dentro del sector.
- Ser una herramienta útil para la planificación

¿Cómo promover el aprendizaje a través de la evaluación?

Las evaluaciones adquieren su mayor potencial para promover el aprendizaje si se llevan a cabo considerando lo siguiente:

Explicitar qué se evaluará

- **Informar a los alumnos sobre los aprendizajes que se evaluarán.** Esto facilita que puedan orientar su actividad hacia la consecución de los aprendizajes que deben lograr.

Identificar logros y debilidades

- **Elaborar juicios sobre el grado en que se logran los aprendizajes que se busca alcanzar, fundados en el análisis de los desempeños de los alumnos.** Las evaluaciones entregan información para conocer las fortalezas y debilidades de los estudiantes. El análisis de esta información permite tomar decisiones dirigidas a mejorar resultados alcanzados.

Ofrecer retroalimentación

- **Retroalimentar a los alumnos sobre sus fortalezas y debilidades.** Compartir esta información con los estudiantes permite orientarlos acerca de los pasos que deben seguir para avanzar. Permite también desarrollar procesos metacognitivos y reflexivos destinados a favorecer sus propios aprendizajes, y que a la vez facilitan involucrarse y comprometerse con éstos.

¿Cómo se pueden articular los Mapas de Progreso del Aprendizaje con la evaluación?

Los Mapas de Progreso ponen a disposición de las escuelas de todo el país un mismo referente para observar el desarrollo del aprendizaje de los alumnos, ubicándolos en un continuo de progreso.

Los Mapas de Progreso apoyan el seguimiento de los aprendizajes en tanto permiten:

Los mapas apoyan diversos aspectos del proceso de evaluación

- Reconocer aquellos aspectos y dimensiones que son esenciales de evaluar.
- Clarificar la expectativa de aprendizaje nacional, al conocer la descripción de cada nivel, sus ejemplos de desempeño y el trabajo concreto de estudiantes que ilustran esta expectativa.

- Observar el desarrollo, progresión o crecimiento de las competencias de un alumno, al constatar cómo sus desempeños se van desplazando en el mapa.
- Contar con modelos de tareas y preguntas que permiten a cada alumno evidenciar sus aprendizajes.

En el anexo 2 se presentan orientaciones específicas respecto de pasos relevantes a considerar en el diseño de las evaluaciones.

Matemática: Propósitos, Habilidades y Orientaciones Didácticas

El aprendizaje de la Matemática ayuda en la comprensión de la realidad y proporciona herramientas para desenvolverse en la vida cotidiana. Entre estas herramientas se encuentra el cálculo, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones, formular conjeturas, evaluar la validez de resultados y la selección de estrategias para resolver problemas. Todo esto contribuye al desarrollo de un pensamiento lógico, ordenado, crítico y autónomo y al desarrollo de actitudes tales como la precisión, rigurosidad, perseverancia y confianza en sí mismo, las cuales se valoran no sólo en la Ciencia y la Tecnología sino también en todos los aspectos de la vida cotidiana.

El aprendizaje de la matemática contribuye también al desarrollo de habilidades asociadas a la comunicación, proporcionando precisión y rigurosidad en la presentación de la información, así mismo generando en el receptor, las competencias para exigir precisión y rigor tanto en la información como en los argumentos que recibe.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo tienen profundas e importantes consecuencias en el desarrollo, desempeño y vida de las personas. En efecto, el entorno social valora el conocimiento matemático y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior. De esta forma el aprendizaje de la matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades. El proceso de aprender matemática, por lo tanto, interviene en la capacidad de la persona para sentirse un ser autónomo y valioso en la sociedad. En consecuencia, la calidad, pertinencia y amplitud de ese conocimiento afecta las posibilidades y la calidad de vida de las personas, y a nivel de la sociedad, afecta el potencial de desarrollo del país.

La matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y sus relaciones, preparando a los estudiantes en la comprensión del medio y de las complejas relaciones que se dan en un espacio simbólico y físico de complejidad creciente. Espacios en los que la cultura, la tecnología y las ciencias se están redefiniendo y complejizando en forma permanente, donde las finanzas, los sistemas de comunicaciones, las interrelaciones entre naciones y culturas se relacionan y se globalizan.

Habilidades Matemáticas

En el aprendizaje de las Matemáticas se desarrollan competencias intelectuales del estudiante tales como el razonamiento lógico, la visualización espacial y el pensamiento analítico, el cálculo, el razonamiento, el modelamiento y las habilidades para resolver problemas. La tabla siguiente puede resultar útil, por ejemplo, para:

- Observar transversalmente las habilidades que se desarrollan en el sector
- Focalizarse en un nivel y diseñar actividades y evaluaciones que enfatizen dichas habilidades.
- Situar en el nivel y observar las habilidades que se intencionaron los años anteriores y las que se trabajarán más adelante.
- Observar diferencias y similitudes en los énfasis por ciclos de enseñanza.

Habilidades de pensamiento matemático matemático					
4° básico	5° básico	6° básico	7° básico	8° básico	1° medio
Resolver problemas en contextos significativos que requieren el uso de los contenidos del nivel.	Resolver problemas en contextos diversos, significativos.	Resolución de problemas en contextos significativos	Resolución de problemas en contextos diversos y significativos utilizando los contenidos del nivel.	Resolución de problemas en contextos diversos y significativo	Analizar estrategias de resolución de problemas de acuerdo con criterios definidos
			Analizar la validez de los procedimientos utilizados y de los resultados obtenidos.	Evaluar la validez de los resultados obtenidos y el empleo de dichos resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones.	Fundamentar opiniones y tomar decisiones.
Formular conjeturas y verificarlas, para algunos casos particulares		Formular y verificar conjeturas, en casos particulares,			
Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.	Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.		Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.		
Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	
			Emplear formas simples de modelamiento matemático	Emplear formas simples de modelamiento matemático.	Aplicar modelos lineales que representan la relación entre variables.
				Verificar proposiciones simples, para casos particulares	Diferenciar entre verificación y demostración de propiedades

Orientaciones didácticas

Este sector está concebido como una oportunidad para que los estudiantes desarrollen **aprendizajes para la vida**, ya que la Matemática constituye un área de la cultura poderosa en la comprensión, explicación y predicción de situaciones y fenómenos del medio que nos rodea. De esto se desprende la importancia del esfuerzo que deben hacer los docentes para que todos los estudiantes en nuestro país aprendan los conocimientos y desarrollen las capacidades propias de esta disciplina. Se sugieren en estos programas algunas orientaciones que pueden ayudar a los docentes en su planificación y en sus clases para cumplir con este objetivo:

Los conceptos Matemáticos: profundidad e integración

Los estudiantes deben desarrollar y explorar las ideas matemáticas en profundidad y deben ver las matemáticas como un todo integrado, no como fragmentos aislados del conocimiento. A los estudiantes se les debe enfrentar a variadas experiencias de aprendizaje para ayudarlos a desarrollar una comprensión profunda de los conceptos matemáticos así como sus conexiones y aplicaciones de tal manera que les permita participar activamente y obtener mayor confianza en explorar y aplicar las matemáticas. Se recomienda especialmente en el ciclo básico el uso de material concreto, de trabajos prácticos y el apoyo de la tecnología como parte de estas experiencias de aprendizaje.

El uso del contexto

Es importante que la matemática sea presentada como una disciplina culturalmente situada, con historia, con impacto en otras áreas del conocimiento científico o tecnológico, con consecuencias y aplicaciones. La pregunta acerca del origen de los conceptos y modelos matemáticos, y su ubicación histórica en el desarrollo del pensamiento de la humanidad, son anclas importantes del conocimiento que debemos proponer a nuestros estudiantes. El uso de analogías y representaciones cercanas a los estudiantes, son un recurso didáctico altamente recomendado, especialmente en las etapas de exploración. A su vez, se sugiere el uso de las aplicaciones de la matemática a otras áreas del conocimiento y en la vida diaria, como un apoyo en la construcción del conocimiento matemático.

Razonamiento matemático y resolución de problemas

La matemática se construye a partir de regularidades que subyacen a situaciones aparentemente diversas, de esta forma contribuye al desarrollo del razonamiento por sobre la acción mecánica. Por esto es central hacer uso frecuentemente de preguntas y situaciones que inviten a buscar regularidades, desarrollar la noción de estrategia, hacerlas explícitas, comparar diversas formas de abordar problemas, así como generar situaciones en las que sea natural que los estudiantes formulen y verifiquen conjeturas acerca del comportamiento de los elementos y relaciones con que se trabaja, analizar los procedimientos por medio de los cuales se resuelve un problema, justificar y cuando sea adecuado, verificar en casos particulares, resultados, propiedades y relaciones.

Aunque los estudiantes deben ser competentes en variadas y diferentes habilidades matemáticas, el exceso de énfasis en las habilidades de procedimiento sin comprensión de los principios matemáticos subyacentes debe evitarse.

Uso del error

Asociado a un ambiente de búsqueda y de creación, está el uso adecuado del error. En un clima de construcción, un error puede, en manos de un educador, ser una oportunidad para aprendizajes especialmente significativos. El error debe considerarse como un elemento concreto para trabajar en clases la diversidad, permitiendo que todos los alumnos alcancen los aprendizajes propuesto.

Aprendizaje matemático y desarrollo personal

La clase de matemática ofrece abundantes oportunidades para el auto conocimiento y las interacciones sociales. Es una oportunidad para la meta cognición: ¿cómo lo hice?, ¿cómo lo hicieron?, ¿de qué otra manera es posible? Adicionalmente, el concepto que cada uno de nosotros tiene acerca de su capacidad para aprender y hacer matemática se ha construido a través de la retroalimentación que la experiencia nos ha brindado. En este aspecto, el reconocimiento, tanto de los esfuerzos como de los logros, es un instrumento poderoso en manos del docente. A su vez, la valoración de las diferencias, la aceptación de los logros o acciones de los pares, un clima de confianza y la forma que cada uno enfrenta las situaciones de éxito o fracaso, tanto propias como las de los demás, contribuyen a desarrollar en cada estudiante la confianza en sí mismo.

Tecnologías digitales y aprendizaje matemático

El programa propone el uso de software y ambientes creados con tecnologías digitales para ampliar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. Estas tecnologías permiten representar nociones abstractas a través de modelos en los que es posible experimentar con ideas matemáticas, y crear situaciones en las que los estudiantes pueden explorar las características, límites y posibilidades de conceptos, relaciones o procedimientos matemáticos. Los procesadores geométricos, simbólicos y de estadística son laboratorios para explorar relaciones y ponerlas a prueba. Con un procesador simbólico, grandes números o números muy pequeños pueden ser analizados y dotados de sentido, y se puede estudiar el comportamiento de funciones, incluso de alta complejidad. Internet ofrece múltiples ambientes en los que se puede encontrar representaciones dinámicas de una gran cantidad de objetos matemáticos. Los procesadores geométricos, en tanto, permiten la experimentación con nociones y relaciones, sea de la geometría euclidiana, cartesiana o vectorial. Todo esto, en un espacio de alto interés para los estudiantes, y de alto impacto en cuanto a su formación para una vida cada vez más influida por las tecnologías digitales.

Clima y motivación

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática se debe propiciar un ambiente creativo y crítico que favorezca la formulación, verificación o refutación, de parte del que aprende, de conjeturas en los problemas que aborda. Un ambiente en que el error la duda o pregunta, son considerados parte integrante y valiosa del proceso de construcción del conocimiento, ambiente en el que los aportes de todos son valorados y puestos en el contexto

de una búsqueda y construcción colectiva. Debe constituirse en un espacio en el que es natural el análisis de las acciones y procedimientos de modo de comparar caminos alternativos.

VISIÓN GLOBAL DEL AÑO

Cuadro sinóptico de aprendizajes esperados

1° Semestre		2° semestre	
Unidad 1 Números y Álgebra	Unidad 2 Geometría	Unidad 3 Números y Geometría	Unidad 4 Datos y Azar
<ol style="list-style-type: none"> Identificar problemas que no admiten solución en los números naturales y que pueden ser resueltos en los números enteros. Establecer relaciones de orden entre números enteros y ubicar estos números en la recta numérica. Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones. Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos. Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones. Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos. Establecer estrategias para reducir términos semejantes. Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucran 	<ol style="list-style-type: none"> Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos usando regla y compás o procesadores geométricos. Comprobar propiedades de alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de triángulos utilizando regla y compás o procesadores geométricos. Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando regla y compás o procesadores geométricos. Construir ángulos utilizando regla y compás o un procesador geométrico. 	<ol style="list-style-type: none"> Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo. Interpretar potencias de base 10 y exponente entero. Conjeturar y verificar algunas propiedades⁴ de las potencias de base y exponente natural. Calcular multiplicaciones y cocientes de potencias de base y exponente natural. Calcular multiplicaciones y cocientes de potencias de base 10 y exponente entero. Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo. Determinar y estimar el valor de raíces cuadradas. Comprender el Teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras. Utilizar estrategias para obtener el volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, y expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente. 	<ol style="list-style-type: none"> Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos. Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar. Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población. Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.

⁴ Se refiere, por ejemplo, a las propiedades de multiplicación y división de potencias de igual base, multiplicación de potencias de igual exponente, potencia de una potencia. Solo para el caso de base 10 se trabaja el exponente entero.

proporcionalidad.		<p>10. Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos al variar uno o más de sus elementos lineales.</p> <p>11. Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el volumen de prismas rectos y pirámides al variar uno o más de sus elementos lineales.</p> <p>12. Resolver problemas en contextos diversos:</p> <p>a. Aplicando propiedades de las potencias de base y exponente natural, y las potencias de base 10 y exponente entero.</p> <p>b. Utilizando el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.</p>	
Tiempo estimado 63 horas	Tiempo estimado 40 horas	Tiempo estimado 77 horas	Tiempo estimado 40 horas

SEMESTRE 1

UNIDAD 1

Números y Álgebra

Propósito de la unidad

Se espera que en esta unidad los estudiantes sean capaces de resolver problemas de adición y sustracción con números enteros. Esta unidad también propone un trabajo con razones y proporciones y, si bien es cierto que este tema puede trabajarse desde una mirada algebraica, para este nivel el enfoque es numérico. Es decir, se busca que los estudiantes comprendan los alcances de comparar dos magnitudes estableciendo el cociente entre ambas, y puedan resolver diversas situaciones cuyos modelos representan situaciones de variación proporcional.

El álgebra progresa naturalmente junto al ámbito numérico ya que en este nivel se trabajan expresiones donde los factores de los términos involucrados en ellas están en el ámbito de los enteros y las fracciones y decimales positivos. El trabajo con ecuaciones que se propone en este nivel continúa naturalmente ampliando el ámbito numérico, ya que tanto los coeficientes como los valores incógnitos pueden ser números enteros, decimales o fracciones positivas.

Conocimientos previos

- Operatoria con números naturales.
- Razón como cociente entre cantidades.
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales.

Conceptos claves

Números enteros – proporciones.

Contenidos disciplinares

- Números enteros.
- Adición y sustracción de números enteros.
- Proporción como igualdad de razones.
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros, fracciones o decimales positivos.

Habilidades

- Analizar si un problema tiene soluciones en el conjunto de los números naturales.
- Resolver problemas que implican ordenar u operar con números enteros.
- Usar las proporciones para resolver problemas de variación proporcional.
- Discriminar entre las relaciones proporcionales directas e inversas.
- Resolver problemas que involucran cálculo de porcentajes usando proporciones.
- Plantear ecuaciones de primer grado con una incógnita que representan distintas situaciones.
- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita y coeficientes enteros.
- Resolver problemas y formular conjeturas en diversos contextos en los que se deben establecer relaciones entre conceptos.

Actitudes

- Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.
- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
1. Identificar problemas que no admiten solución en los números naturales y que pueden ser resueltos en los números enteros.	<ul style="list-style-type: none"> • Dan ejemplos de problemas que admiten solución en los números naturales. • Dan ejemplos de problemas que admiten solución en los números enteros. • Explican diferencias que se presentan en las ecuaciones asociadas a problemas que admiten solución en los números naturales y las ecuaciones asociadas a problemas que admiten solución en los números enteros
2. Establecer relaciones de orden entre números enteros y ubicar estos números en la recta numérica.	<ul style="list-style-type: none"> • Ordenan de mayor a menor y viceversa números enteros. • Intercalan números enteros entre dos enteros. • Ubican en la recta numérica números enteros sujetos a restricciones dadas. Por ejemplo, ubican en la recta numérica números enteros menores que -4 y mayores que -10.
3. Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> • Realizan adiciones y sustracciones de números enteros en la recta numérica. • Explican sumas y restas de números enteros. • Utilizan y elaboran estrategias para sumar y restar números enteros. • Identifican sumas y restas de números enteros en diversos contextos en interpretan estas operaciones en función del contextos.
4. Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos.	<ul style="list-style-type: none"> • Transforman la sustracción entre dos números enteros en una adición de estos. Por ejemplo: $70 - 45 = 70 + (-45)$ • Reconocen propiedades de la adición en los números enteros. • Calculan sumas y restas de números enteros utilizando propiedades.
5. Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones.	<ul style="list-style-type: none"> • Comparan los cuocientes entre dos razones para plantear una proporción. • Argumentan si dos razones forman una proporción utilizando el teorema fundamental de las proporciones. • Determinan el término desconocido de una proporción. • Discriminan en el entorno entre las relaciones proporcionales y las no proporcionales.
6. Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican expresiones semejantes y no semejantes en contextos algebraicos y reconocen las diferencias. • Reconocen expresiones semejantes en contextos geométricos. Por ejemplo, reconocen que los lados de triángulos expresados en centímetros son expresiones semejantes.

<p>7. Establecer estrategias para reducir términos semejantes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Reducen sumas de términos semejantes utilizando estrategias establecidas. ● Convierten sumas y restas de términos en expresiones semejantes y las reducen. Por ejemplo, la suma $2a + 3b + 3c + a$ la expresan en la forma $2(a + b + c) + (a + b + c)$ y posteriormente la reducen.
<p>8. Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Identifican situaciones que se pueden abordar mediante el planteamiento de ecuaciones de primer grado en el ámbito numérico de los enteros, fracciones positivas o decimales positivos. ● Distinguen los datos relevantes de los irrelevantes para la solución del problema. ● Identifican la incógnita del problema y le asignan un nombre de x por ejemplo. ● Establecen las relaciones entre las variables que se desprenden del enunciado del problema. ● Resuelven correctamente la ecuación resultante. ● Verifican si la solución de la ecuación es la solución del problema ● Comunican en forma oral u escrita las soluciones del problema. ● Utilizan las propiedades de la adición en el conjunto de los números enteros para resolver problemas asociados a situaciones aditivas. ● Aplican proporcionalidad directa para calcular porcentajes en diversos contextos. ● Calculan problemas relativos a proporcionalidad directa.

Aprendizajes esperados en relación a los OFT

Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.

- Tener un orden y método para el registro de información.
- Terminar los trabajos iniciados.
- Es tenaz frente a obstáculos o dudas que se le presente en problemas matemáticos numéricos y algebraicos.

Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- Participar de manera propositiva en actividades grupales.
- Es responsable en la tarea asignada.
- Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.
- Proponer alternativas de solución a problemas matemáticos numéricos y algebraicos en actividades grupales.

Observaciones al docente

En esta unidad, se propone un trabajo integrado entre álgebra y números, buscando de esta manera apoyar el establecimiento de conexiones entre estas dos áreas.

Se recomienda iniciar el trabajo con los números enteros situando a los estudiantes en su contexto histórico, en particular en la relevancia que estos números tuvieron en la resolución de problemas y en la representación de cantidades negativas. También resulta interesante presentar los números enteros a partir de situaciones que no tienen solución en los números naturales, por ejemplo cuando se trata de representar las deudas, las temperaturas o altitudes. Una discusión atractiva en la presentación del conjunto de los enteros es la interpretación del cero, observar con los estudiantes como el cero representa situaciones distintas dependiendo del contexto en que se encuentra, por ejemplo, en un contexto de temperaturas, cero grado no representa "templado", sino que el punto de congelación del agua; si el contexto fuese de altitudes, el cero representa el nivel de mar.

Respecto a las operaciones de adición y sustracción, las reglas para operar con números enteros no suelen ser de fácil comprensión para los estudiantes. Se recomienda la utilización de metáforas y representaciones visuales para facilitar la comprensión de los procedimientos involucrados, por sobre la ejercitación rutinaria, de lo contrario se expone a que apelen sólo a la memoria e intenten recordar reglas y procedimientos carentes de sentido. Cuando un estudiante no comprende lo que está haciendo, su única posibilidad es apelar a la memoria, tanto para intentar gravar ideas y conceptos como para recordarlos más tarde. Esta es una de las razones por la cual es común en este nivel encontrar estudiantes que generan nuevas reglas, generalmente incorrectas a partir de un grupo de reglas válidas.

En cuanto a la proporcionalidad, se sugiere trabajar actividades que ofrezcan la posibilidad de observar la proporcionalidad directa e inversa en variados contextos que posibiliten comparar entre ellas y con magnitudes que no se relacionan proporcionalmente, por ejemplo, para la proporcionalidad directa, se les puede mostrar que dos variables no necesariamente están en proporción directa cuando el crecimiento de una de ellas implique el crecimiento de la otra.

Al trabajar con ecuaciones, se recomienda al docente poner especial cuidado en los procedimientos que seleccione para la resolución de ecuaciones de primer grado con números positivos y negativos. Los algoritmos tradicionales de "pasar de un lado para otro" generan aprendizajes de reglas mecánicas que sin comprensión instalan errores en los estudiantes que permanecen por largo tiempo, por ejemplo, sino se ha trabajado correctamente la interpretación del signo negativo de un número versus el signo de la sustracción, los estudiantes presentarán sistemáticamente problemas en el despeje de una ecuación del tipo $x - 3 = 5$, "pasando" el 3 positivo al otro lado de la igualdad, por el solo hecho de asociar el signo negativo solo a la sustracción.

Una posibilidad para filtrar este tipo de errores es fomentar el trabajo y desarrollo de actividades en parejas o pequeños grupos. En la formación de grupos de estudio en matemática no es requisito que sean necesariamente heterogéneos, es más, cuando los grupos se generan por capacidades, le permitirán al docente diferenciar los trabajos, entregando actividades adicionales para aquellos más aventajados y permaneciendo más tiempo con aquellos que muestren más dificultades.

Ejemplos de actividades

AE 1: Identificar problemas que no admiten solución en los números naturales y que pueden ser resueltos en los números enteros.

Actividades

1.- Los estudiantes resuelven mentalmente y de manera escrita una lista de ecuaciones de primer grado cuya solución es un número natural, y argumentan acerca de las estrategias empleadas. Por ejemplo, las ecuaciones:

a) $2x + 1 = 17$

b) $3x - 2 = 16$

2.- El docente exhibe a sus estudiantes situaciones cuyos modelos son ecuaciones con soluciones en los números naturales y les propone que:

- Inventen ecuaciones con solución en los naturales.
- Inventen problemas cuyo planteamiento sean ecuaciones con soluciones en los naturales.

3.- El docente exhibe a sus estudiantes ejemplos de problemas que no tienen solución en los naturales:

- En contextos cotidianos.
- En contextos matemáticos.

Por ejemplo:

a) En una semana de invierno en una ciudad se registraron las siguientes temperaturas mínimas:

lunes: -2°C

martes : -5°C

miércoles: 0°C

jueves : 1°C

viernes: 4°C

sábado: -6°C

domingo: -6°C

¿Cuál fue el promedio de las temperaturas mínimas esa semana en esa ciudad?

b) ¿Qué número sumado con el doble de 5 da como resultado 0?

A continuación les pide que propongan este tipo de problemas y que argumenten respecto a qué diferencia uno de estos problemas y otros que admiten solución en los naturales.

El docente y sus estudiantes revisan estas propuestas de problemas y caracterizan estas diferencias.

4.- Los estudiantes indagan en diferentes medios de comunicación para extraer situaciones contextualizadas que estén representadas por números enteros (que incluya positivos y negativos).

5.- Exponen las situaciones encontradas y justifican la necesidad de un conjunto numérico con números negativos.

AE 2: Establecer relaciones de orden entre números enteros y ubicar estos números en la recta numérica.

Actividades

1.- Los estudiantes dibujan la recta numérica que utilizan para ubicar números naturales y la extienden a aquella que incluya el cero y números enteros negativos.

2.- Establecen resultados respecto a la posición de los números ubicados en ella, por ejemplo, que mientras más a la derecha se encuentren los números, mayores son, que los números negativos cercanos al cero son mayores que los más alejados de él.

3.- Los estudiantes ubican números enteros en la recta numérica de acuerdo a restricciones dadas, por ejemplo, ubican enteros que se encuentren entre -5 y 5, ubiquen enteros mayores que -20 y menores que -4 y que sean pares.

4.- Ordenan, de menor a mayor, información referida a fechas importantes, por ejemplo:

Ubican en una línea de tiempo las siguientes fechas.

- *El año 1492 DC corresponde al año del descubrimiento de América y al comienzo de los tiempos modernos.*
- *La invención de la escritura data del año 3000 AC.*
- *El año 476 DC marca el fin de la Edad Antigua.*
- *En el año 1789 DC se produjo la Revolución Francesa.*
- *La Segunda Guerra Mundial finalizó el año 1945 DC.*
- *Los primeros desarrollos de la agricultura están fechados en el 8000 AC aproximadamente.*

AE 3: Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones.

AE 4: Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos.

Actividades

1.- Ordenan, suman y restan números enteros. Por ejemplo, $50-35+24-36-47$, de manera que los enteros negativos queden asociados con los enteros negativos y los positivos con los positivos, en este ejemplo, $(-35-36-47)+(50+24)$ y expresan el resultado como una resta, en este caso $74-118$.

2.- Expresan restas de enteros positivos como sumas, por ejemplo, $40-75-23$ como $40+(-75)+(-23)$.

3.- El docente trabaja sumas de enteros y les pide que reconozcan propiedades de esta operación, por ejemplo, les presenta pares de sumas:

$$\begin{aligned} &-24+(-48) \\ &35+(-10) \\ &-48+(-24) \\ &-10+35 \\ &-8+(-15) \end{aligned}$$

Les propone que efectúen las operaciones involucradas y que reconozcan la propiedad conmutativa de la suma.

4.- Leen datos sobre temperaturas máximas y mínimas y responden preguntas del tipo:

- ¿Cómo se determina la diferencia de temperaturas en un día?*
- ¿Cuál fue la máxima variación de temperaturas registradas?*

c) ¿Qué puede decir respecto a la suma de las variaciones registradas?

Observaciones al docente: Es importante no entregar a priori reglas como “restar dos números negativos...” sino que incentivar a los estudiantes a que observen los diferentes casos y que hagan las asociaciones correspondientes entre la adición y la sustracción. Por otra parte, es importante también que redacten en su propio lenguaje las conclusiones, para que luego el docente observe los errores y los haga reflexionar sobre ellos.

Los problemas de temperaturas no cubren todas las posibilidades de operaciones con números enteros. Con el fin de completarlas, se propone que el docente plantee ejercicios numéricos o problemas, donde se realicen adiciones y sustracciones con números de distintos signos.

AE 5: Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones.

Actividades

1.- El docente muestra a sus estudiantes una serie de situaciones relativas a proporciones y define los elementos involucrados en ellas. De esta manera, define lo que es una razón, lo que es una proporción y la razón de proporcionalidad o factor de conversión. Les pide que:

- Reconozcan razones en contextos diversos.
- Relacionen razones con proporciones en situaciones en contextos diversos.
- Determinen la constante de proporcionalidad en situaciones de proporcionalidad en contextos diversos.

2.- Utilizan distintas estrategias para resolver ecuaciones que se transforman en la forma $ax = bc$, donde a, b, c

son números enteros, o fracciones positivas, o decimales positivos y x es la incógnita. Por ejemplo, $\frac{2}{x} = \frac{3}{4}$ o

$$\frac{2}{0,5} = \frac{x}{\frac{2}{3}}$$

3.- Deducen de la proporción $a : b = c : d$, todas las igualdades posibles. Por ejemplo, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

4.- Plantean ecuaciones relativas a situaciones que involucran pares de magnitudes proporcionales. Por ejemplo, conocido que la relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro es proporcional, plantean ecuaciones que permiten completar los valores de la siguiente tabla.

En el caso del perímetro asociado al lado 7, se podría plantear la ecuación $\frac{1}{7} = \frac{4}{x}$

Lado del cuadrado	Perímetro
1	4
2	
3	
	16
7	
	36
	48
15	

5.- Deducen que la razón entre el peso de un cuerpo y su masa es constante, e identifican el valor de esa constante.

AE 6: Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos.

AE 7: Establecer estrategias para reducir términos semejantes.

Actividades

1.- A partir de una lista de términos algebraicos de la forma abc^n , donde a es una constante, identifican los términos semejantes. Por ejemplo, identifican los términos que son semejantes en las listas siguientes:

- a) $2x$, $3y$, $4x$, x , $-5y$
- b) $2a^2$, $5y^4$, $-4a^2$, $-y^4$, $-7y^4$
- c) ux^2 , $3u^2v$, $-5vu^2$, $7uv^2$, $5x^2u$

2.- Convierten términos no semejantes en términos semejantes modificando su parte literal. Por ejemplo, modifican el exponente de y en el término $2x^2y^4$ para que sea semejante a $2x^2y^4$.

3.- Reducen términos semejantes en sumas y restas de expresiones algebraicas.

4.- Aplican la reducción de términos semejantes en cálculos en contextos diversos. Por ejemplo, calculan perímetros de polígonos cuyos lados están expresados mediante términos algebraicos con coeficientes en el ámbito de los racionales y entregan el resultado de manera reducida.

AE 8: Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.

Actividades

1.- El docente entrega a sus estudiantes una serie de equivalencias entre palabras del lenguaje común y el lenguaje matemático. Por ejemplo, *de* $\rightarrow \cdot$, *doble* $\rightarrow 2$, y las utiliza para traducir expresiones en lenguaje común a lenguaje matemático, y expresiones en lenguaje matemático a lenguaje común. Por ejemplo: la suma entre el doble de un número y el triple de 5 equivale a cuatro veces 6, lo traduce en la forma $2x + 3 \cdot 5 = 4 \cdot 6$. Les propone que traduzcan expresiones del lenguaje común al lenguaje matemático y viceversa.

2.- Plantean ecuaciones utilizando lenguaje matemático. Por ejemplo,

En un triángulo cualquiera, uno de sus ángulos interiores mide 30° . El segundo ángulo interior es el doble del tercero. Plantear la ecuación que relaciona los ángulos interiores del triángulo.

3.- Plantean y resuelven ecuaciones relativas a problemas en contextos diversos, como el cálculo de calificaciones conocidas algunas notas y el promedio. Por ejemplo:

Marisol está calculando la nota que necesita para obtener de promedio un 6,3 y así eximirse del examen final. Sólo le falta una nota para cerrar el promedio y sus notas hasta el momento son: 5,8 6,5 6,2 6,8 6,7 5,7
¿Cuál es la nota mínima que necesita para obtener el promedio deseado?

4.- Resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita y coeficientes enteros, evaluando la pertinencia de la solución en el contexto original del problema.

5.- El docente presenta a sus estudiantes problemas sobre enteros, y en su resolución aplica propiedades referidos a adiciones y sustracciones. Posteriormente les pide que indaguen en libros de matemática y en Internet acerca de problemas donde se aplican estas propiedades para su resolución.

6.- Resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita y coeficientes fraccionarios o decimales positivos, evaluando la pertinencia de la solución en el contexto original del problema.

Observaciones al docente: Se sugiere al docente cerciorarse que la resolución de la ecuación no se transforme en un procedimiento mecánico.

Además debe poner atención en la interpretación que los estudiantes hagan de los resultados finales, y pedir que expliquen el resultado obtenido.

7.- El docente caracteriza las proporcionalidades directas y discute con ellos ejemplos referidos a situaciones donde se presenta este tipo de proporcionalidad. Les presenta problemas para que los resuelvan y les pide que justifiquen matemáticamente sus respuestas.

8.- El docente caracteriza las proporcionalidades inversas y pide a sus estudiantes que comparen ambos tipos de proporciones y que den conclusiones al respecto. Les presenta problemas para que los resuelvan y les pide que justifiquen matemáticamente sus respuestas.

Actividad de Evaluación

Aprendizaje Esperado:


Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.

Indicadores de Evaluación:

- Identifican situaciones que se pueden abordar mediante el planteamiento de ecuaciones de primer grado en el ámbito numérico de los enteros, fracciones positivas o decimales positivos.
- Distinguen los datos relevantes de los irrelevantes para la solución del problema.
- Identifican la incógnita del problema y le asignan un nombre, x por ejemplo.
- Establecen las relaciones entre las variables que se desprenden del enunciado del problema.
- Resuelven correctamente la ecuación resultante.
- Verifican si la solución de la ecuación es solución del problema
- Comunican en forma oral u escrita las soluciones del problema.
- Utilizan las propiedades de la adición en el conjunto de los números enteros para resolver problemas asociados a situaciones aditivas.
- Aplican proporcionalidad directa para calcular porcentajes en diversos contextos.
- Calculan problemas relativos a proporcionalidad directa.

Instrucciones.

A continuación se presenta un problema. Léelo cuidadosamente y responde las preguntas planteadas

<p>Situación</p>  <p>La caja de la figura, está adornada con 2 cintas de color y contiene 70 bombones rellenos con manjar, licor de naranja y licor de guinda. El número de bombones rellenos con manjar es el doble que el número de bombones rellenos con licor de naranja, y el número de bombones rellenos con licor de naranja es el doble que el número de bombones rellenos con licor de guinda. ¿Cuántos bombones de cada tipo hay en la caja?</p> <p><i>Preguntas:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué datos entrega el enunciado que son necesarios para resolver el problema? 2. ¿Qué datos del enunciado es o son irrelevantes a la solución del problema? 3. Si representamos por z el número de chocolates rellenos con licor de naranja ¿qué representa la expresión $2z + \frac{z}{2}$? 4. Escribe una ecuación cuya solución sea respuesta a la pregunta planteada en el problema. Fundamenta. 5. Responde la pregunta del problema. Justifica. 	<p>Criterios de evaluación:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Distingue los datos relevantes de los irrelevantes del problema. 2. Identifica las incógnitas del problema: número de bombones rellenos con manjar, número de bombones rellenos con licor de naranja, número de bombones. 3. Reconoce las relaciones entre datos e incógnitas del problema. 4. Establece una ecuación cuya solución es la solución del problema. 5. Resuelve la ecuación en forma correcta. 6. Comunica, por escrito, la solución del problema.
--	--

UNIDAD 2

Geometría

Propósito de la unidad

Esta unidad ofrece a los estudiantes la posibilidad de resolver desafíos que estimulen el pensamiento y la imaginación, a través de las construcciones geométricas con regla y compás o un procesador geométrico, y la posibilidad de desarrollar la deducción, base de estas construcciones.

Se inicia la unidad con los trazados fundamentales en el plano, base de las construcciones, tales como el trazado de perpendiculares, paralelas, bisectrices, copiado de segmentos y ángulos. Se caracterizan los elementos lineales de los triángulos y se comprueban algunas de sus propiedades. Se construyen triángulos a partir de las medidas de sus lados y/o ángulos, y se construyen ángulos utilizando regla y compás o un procesador geométrico.

Conceptos claves

Construcciones de triángulos – construcciones de ángulos – justificación de las construcciones – trazados fundamentales.

Prerrequisitos

- Rectas paralelas y perpendiculares.
- Bisectrices, alturas, transversales de gravedad, simetrales.
- Ángulos agudos, rectos y obtusos.
- Triángulos según sus lados y según sus ángulos.

Contenidos disciplinares

- Trazados fundamentales en el plano mediante regla y compás o un procesador geométrico.
- Construcción de ángulos y triángulos mediante regla y compás o un procesador geométrico.
- Caracterización de elementos lineales del triángulo mediante regla y compás o un procesador geométrico.
- Justificación de construcciones geométricas realizadas mediante regla y compás o un procesador geométrico.
- Redacción de pasos de una construcción mediante regla y compás.

Habilidades

- Realizar trazados fundamentales en el plano.
- Realizar construcciones de triángulos según lados y ángulos.
- Realizar construcciones de ángulos.
- Caracterizar elementos lineales de triángulos.
- Realizar justificaciones de construcciones.

Actitudes

- Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.
- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
1. Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.	<ul style="list-style-type: none"> • Bisectan ángulos que se forman entre rectas oblicuas utilizando regla y compás. • Construyen la altura de un paralelogramo utilizando regla y compás o un procesador geométrico. • Construyen paralelas a lados de triángulos utilizando regla y compás o un procesador geométrico. • Dividen segmentos en partes iguales utilizando regla y compás.
2. Comprobar propiedades de alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de triángulos utilizando instrumentos manuales o procesadores geométricos.	<ul style="list-style-type: none"> • Comprueban utilizando regla y compás propiedades de las bisectrices de un triángulo. • Comprueban utilizando regla y compás la relación que existe entre las alturas, bisectrices y transversales de gravedad de un triángulo equilátero.
3. Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.	<ul style="list-style-type: none"> • Determinan si un conjunto de datos son suficientes para construir un triángulo. • Redactan pasos para construir triángulos dados las medidas de sus lados. • Verifican mediante regla y compás redacciones realizadas para construir triángulos.
4. Construir ángulos utilizando instrumentos manuales o un procesador geométrico.	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizan regla y compás para construir ángulos mediante bisecciones consecutivas de ángulos. Por ejemplo, construyen $7,5^\circ$ mediante bisecciones del ángulo de 60°. • Construyen ángulos mediante regla y compás o un procesador geométrico utilizando construcciones de ángulos conocidas. Por ejemplo, utilizan los ángulos 60° y 90° para construir el ángulo 150°. • Utilizan construcciones de ángulos hechas para construir mediante regla y compás polígonos regulares. Por ejemplo, construyen hexágonos regulares utilizando el ángulo 60°.

Aprendizajes esperados en relación a los OFT

Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.

- Demostrar un método para realizar las construcciones geométricas.
- Terminar las construcciones iniciadas.
- Desarrollar tenacidad frente a obstáculos o dudas que se le presente en problemas propuestos sobre construcciones.

Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- Participar de manera propositiva en actividades grupales.
- Es responsable en la tarea asignada.
- Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.
- Proponer alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

Observaciones al docente

El foco de esta unidad, tal y como lo sugieren los aprendizajes esperados, está puesto en la construcción de figuras geométricas a través de regla y compás o por medio de un software de geometría. El trabajo en construcciones se presta de manera natural para trabajar en grupos y en ambientes distintos a la sala de clases. El monitoreo de actividades de construcción geométricas resulta ser más fácil que en otros temas debido a que el producto al que tienen que llegar los estudiantes es muy concreto.

Las construcciones en geometría permiten que los estudiantes sistematicen y ordenen instrucciones las cuales requieren seguir de forma rigurosa para completar con éxito la construcción, por lo tanto se sugiere al docente trabajar la redacción en el cuaderno, de pasos que se deben dar para lograr construcciones pedidas y posteriormente, los estudiantes podrán verificar si la secuencia de pasos es correcta usando regla y compás o un procesador geométrico.

En las actividades que diseñe el docente, debe resaltar en todo momento la secuencia, orden y que respeten en todo momento los conocimientos previos que los estudiantes poseen, por ejemplo, si el objetivo es construir un ángulo de 30° , puede resultar más exitoso partir de la construcción del triángulo equilátero y posteriormente realizar la bisección de un ángulo interior del triángulo.

Ejemplos de actividades

AE 1: Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos usando regla y compás o procesadores geométricos.

Actividades

1.- Trabajan copiando ángulos y trazos. Con este propósito los estudiantes observan ángulos y encuentran sumas y restas de ellos utilizando regla y compás.

Observaciones al docente: Se sugiere al docente previo a la determinación de sumas y restas de ángulos trabajar copiados de ángulos sobre rectas y copiados de ángulos sobre las rectas que determinan los lados de ángulos.

2.- El docente solicita a sus estudiantes que redacten los pasos para la construcción de una recta paralela a una recta L que pase por un punto P del plano y que verifiquen la construcción ejecutando los pasos.

Los guía solicitándoles que repasen la construcción de rectas perpendiculares a una recta L que pasa por un punto P cuando $P \in L$. El docente, a modo de ejemplo, muestra la redacción de los pasos para construir la perpendicular a L que pasa por P cuando $P \notin L$:

Paso 1: Con centro en P y radio $r > d(P, L)$, donde $d(P, L)$ denota la distancia entre P y L , trazar una circunferencia. Denotar por A y B los puntos en los que la circunferencia corta a L .

Paso 2: Con centro en A y con centro en B trazar circunferencias C_A y C_B de radio r .

Paso 3: Trazar la recta que pasa por P y cualquiera de los puntos que pertenecen a $C_A \cap C_B$. Esta es la recta pedida.

El docente verifica, utilizando regla y compás de pizarra, que al ejecutar estos pasos se logra la construcción.

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente mostrar, cuando sea posible, una construcción de rectas paralelas diferente a las construidas por los estudiantes.

Se sugiere al docente revisar las redacciones hechas por los estudiantes en conjunto con ellos y dar indicaciones para mejorarlas en caso que ellas presenten imperfecciones.

AE 2: Comprobar propiedades de alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de triángulos utilizando regla y compás o procesadores geométricos.

Actividades

1.- Los estudiantes caracterizan las alturas, bisectrices, y transversales de gravedad de:

- Triángulos rectángulos
- Triángulos equiláteros
- Triángulos isósceles

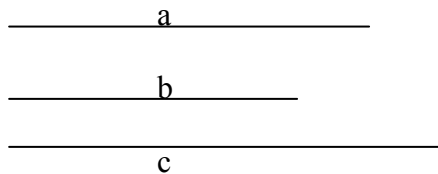
2.- El docente da a sus estudiantes las propiedades de las transversales de gravedad de triángulos y les pide que utilizando regla y compás las verifiquen. Por ejemplo, el docente dice a sus estudiantes que las bisectrices de un triángulo se cortan en la razón 2 es a 1. Los estudiantes verifican esa propiedad usando regla y compás.

3.- Comprueban utilizando regla y compás que en un triángulo isósceles la altura, transversal de gravedad y bisectriz correspondientes coinciden.

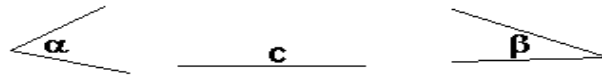
AE 3: Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

Actividades

1.- Los estudiantes redactan los pasos para construir un triángulo de lados dados. A continuación verifican esas construcciones ejecutando los pasos redactados. Por ejemplo, redactan los pasos para construir el triángulo de lados:



2.- Los estudiantes redactan los pasos para construir un triángulo ABC, dados el lado $AB = c$, el ángulo $CAB = \alpha$ y el ángulo $CBA = \beta$. Verifican la construcción redactada ejecutando los pasos mediante regla y compás.



Observaciones al docente:

Es importante que el docente sugiera a sus estudiantes que previo a la redacción realicen un bosquejo del triángulo que se desea construir y que se guíen en él para redactar esos pasos.

Se sugiere al docente mostrar al estudiante redacciones técnicas relativas a la construcción con regla y compás, por ejemplo, "trazar un arco de circunferencia con centro en un punto dado y con un radio dado".

AE 4: Construir ángulos utilizando instrumentos manuales o un procesador geométrico.

Actividades

1.- Construyen un triángulo equilátero de lado cualquiera y lo utilizan para construir un ángulo de 30° .

2.- Elaboran estrategias para construir mediante regla y compás ángulos y las verifican utilizando regla y compás. Por ejemplo, elaboran una estrategia para construir el ángulo de 150° y la verifican utilizando regla y compás.

3.- Utilizan Geogebra para construir ángulos de distintas medidas.

Actividad de Evaluación

Aprendizaje Esperado:

Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando regla y compás o procesadores geométricos.

Indicadores de Evaluación

- Determinan si un conjunto de datos son suficientes para construir un triángulo.
- Redactan pasos para construir triángulos dados las medidas de sus lados.
- Verifican mediante regla y compás redacciones realizadas para construir triángulos.

Instrucciones.

Leer cuidadosamente las situaciones dadas y responder a las preguntas.

Situación:

1. Se tienen tres varillas de 4cm, 12cm y 8cm de largo. Se quiere construir una figura triangular, utilizando dichas varillas, de modo que la longitud de los lados de la figura coincida con la longitud de las varillas.

Pregunta:

¿Es posible construir dicha figura?

- Si su respuesta es *Sí*, fundamente su respuesta y construya con regla y compás una representación geométrica de ella.
- Si su respuesta es *NO*, argumente por qué no es posible su construcción.

2. Se afirma que una condición necesaria (pero no suficiente) para construir un triángulo es que uno de los datos dados sea uno de sus elementos lineales y que sin embargo, se puede construir un triángulo conociendo sólo datos lineales (sin datos angulares).

¿Está de acuerdo con esa afirmación? Fundamente su respuesta.

3. Construir un triángulo si se sabe que los de sus lados miden 10 cm y 9 cm y el ángulo, comprendido entre ellos mide 65° .

Criterios de Evaluación:

1. Establecen si con los datos de la situación 1, se puede o no construir un triángulo.
2. Argumentan por qué es posible o no la construcción del triángulo en la situación 1.
3. Argumentan, correctamente, su acuerdo o desacuerdo con la afirmación dada en 2.
4. Construyen el triángulo apoyados en una figura análisis.
5. Discuten las soluciones posibles.

SEMESTRE 2

UNIDAD 3

Números y Geometría

Propósito de la unidad

Esta unidad ofrece a los estudiantes la posibilidad de profundizar sus conocimientos respecto a las potencias de base y exponente natural extendiendo sus propiedades a potencias de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural y a potencias de base 10 y exponente entero. Se espera que los estudiantes interpreten estos números, apliquen algunas de sus propiedades, conjeturen respecto a ellas, y verifiquen estas conjeturas formuladas.

Se les presenta la oportunidad de trabajar el concepto de raíz cuadrada, su cálculo y su estimación, y utilizar este conocimiento para aplicar el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras en la resolución de problemas en contextos diversos, incluyendo el matemático. Esta es la ocasión que tienen además, de utilizar estrategias para obtener el volumen de prismas rectos y pirámides, y de formular y verificar conjeturas relacionadas con el volumen y perímetro de las formas geométricas en estudio.

Conceptos claves

Potencias de base fraccionaria o decimal – potencias de base 10 y exponente entero – raíz cuadrada – teorema de Pitágoras – volumen de prismas y pirámides – variación de perímetros de polígonos.

Prerrequisitos

- Potencias de base y exponente natural.
- Perímetro de figuras planas.
- Elementos de prismas rectos y pirámides.

Contenidos disciplinares

- Potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo y potencias de base 10 con exponente entero.
- Raíz cuadrada de un número entero positivo.
- Teorema de Pitágoras y teorema recíproco de Pitágoras.
- Estudio de la variación en el perímetros de polígonos.
- Volúmenes de prismas rectos y pirámides.

Habilidades

- Interpretar información expresada en potencias.
- Conjeturar, verificar y aplicar propiedades de las potencias.
- Establecer relaciones entre potencias y raíces cuadradas.
- Resolver problemas utilizando el teorema de Pitágoras.
- Utilizar estrategias para calcular volúmenes de prismas rectos y pirámides.
- Formular y verificar conjeturas respecto a la variación del perímetro de polígonos al variar sus elementos lineales.

Actitudes

- Trabajo en equipo y la iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
1. Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo.	<ul style="list-style-type: none"> Identifican situaciones que pueden ser representadas por medio de potencias de base fraccionaria positiva o decimal positiva. Interpretan información expresada por potencias de base fraccionaria positiva o decimal positiva
2. Interpretar potencias de base 10 y exponente entero.	<ul style="list-style-type: none"> Identifican situaciones que pueden ser representadas por medios de potencias de base 10 y exponente entero. Interpretan información expresada en potencias de base 10 y exponente entero.
3. Conjeturar y verificar algunas propiedades ⁵ de las potencias de base y exponente natural.	<ul style="list-style-type: none"> Descubren regularidades relativas a propiedades de las potencias de base y exponente natural. Verifican conjeturas relacionadas con las propiedades de las potencias de base y exponente natural.
4. Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base y exponente natural.	<ul style="list-style-type: none"> Multiplican potencias de base y exponente natural utilizando propiedades. Dividen potencias de base y exponente natural utilizando propiedades.
5. Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base 10 y exponente entero.	<ul style="list-style-type: none"> Multiplican potencias de base fraccionaria positiva o decimal positiva y exponente natural utilizando propiedades. Dividen potencias de base fraccionaria positiva o decimal positiva y exponente natural utilizando propiedades.
6. Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo.	<ul style="list-style-type: none"> Relacionan la raíz cuadrada de un número entero positivo con las potencias de exponente dos. Relacionan raíces cuadradas con números positivos.
7. Determinar y estimar el valor de raíces cuadradas.	<ul style="list-style-type: none"> Estiman en forma mental y de manera escrita números que son cuadrados perfectos. Identifican en forma mental y de manera escrita números que no son cuadrados perfectos. Calculan en forma mental raíces cuadradas en casos simples, por ejemplo $\sqrt{16}$.
8. Comprender el Teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.	<ul style="list-style-type: none"> Verifican en casos particulares el teorema de Pitágoras, de manera manual o utilizando un procesador geométrico. Verifican en casos particulares el teorema de recíproco de Pitágoras, en forma manual o utilizando un procesador geométrico. Identifican situaciones donde se aplica el teorema de Pitágoras. Reconocen la importancia del teorema recíproco de Pitágoras en la resolución de problemas en contextos geométricos.

⁵ Se refiere, por ejemplo, a las propiedades de multiplicación y división de potencias de igual base, multiplicación de potencias de igual exponente, potencia de una potencia. Solo para el caso de base 10 se trabaja el exponente entero.

9. Utilizar estrategias para obtener el volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, y expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente.	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocen la unidad de medida de volumen en contextos diversos. • Interpretan información relativa a volúmenes de cubos en contextos diversos. • Utilizan estrategias para obtener el volumen de paralelepípedos y expresan el resultado en la unidad correspondiente. • Utilizan estrategias para obtener el volumen de pirámides rectas expresando los resultados en la unidad de medida correspondiente.
10. Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos al variar uno o más de sus elementos lineales.	<ul style="list-style-type: none"> • Conjeturan acerca de los cambios que se producen en el perímetro de paralelogramos cuando varían las medidas de sus lados. • Verifican en casos particulares las conjeturas formuladas acerca de los cambios que se producen en el perímetro de rectángulos cuando varían sus lados. • Conjeturan acerca de los cambios que se producen en el perímetro de rombos cuando varían la medida de sus diagonales.
11. Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el volumen de prismas rectos y pirámides al variar uno o más de sus elementos lineales.	<ul style="list-style-type: none"> • Conjeturan acerca de los cambios que se producen en el volumen de prismas rectos cuando varían las medidas de los lados de su base y su altura. • Verifican en casos particulares las conjeturas formuladas acerca de los cambios que se producen en el volumen de prismas rectos cuando varían las medidas de los lados de su base y su altura.
12. Resolver problemas en contextos diversos: <p>a) Aplicando propiedades de las potencias de base y exponente natural, y las potencias de base 10 y exponente entero.</p> <p>b) Utilizando el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizan las propiedades de las potencias de base y exponente natural para resolver problemas que involucren este tipo de potencias. • Utilizan las propiedades de las potencias de base 10 y exponente entero para resolver problemas que involucren este tipo de potencias. • Utilizan la calculadora para resolver problemas que involucren raíces cuadradas de números enteros positivos cuando su resultado es un número irracional. • Resuelven problemas relativos a cálculos de lados en triángulos rectángulos. • Aplican el teorema de Pitágoras para calcular longitudes en figuras planas, por ejemplo, calculan los lados de triángulos rectángulos. • Verifican que un triángulo no es rectángulo utilizando el teorema de Pitágoras. • Construyen ángulos rectos utilizando el teorema recíproco de Pitágoras. Por ejemplo, construyen el ángulo recto dividiendo una cuerda en 23 partes iguales. • Evalúan las soluciones de problemas resueltos en función del contexto del problema.

Aprendizajes esperados en relación a los OFT

El trabajo en equipo y la iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.

- Proponer ideas durante el trabajo con sus pares en la clase.
- Es responsable con los compromisos asumidos en actividades grupales.
- Tomar iniciativa en relación al trabajo colectivo.
- Propone alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

Observaciones al docente.

El trabajo con potencias específicamente en esta unidad, amplía el campo de potencias con base y exponente natural a potencias con exponente natural también pero con base fraccionaria o decimal positivo. Dado que el exponente aún es un número natural, las potencias pueden ser representadas como una multiplicación iterada, es decir multiplicar la base por sí misma tantas veces como indique el exponente. El énfasis debiera estar puesto en la detección de ciertas regularidades en el desarrollo de potencias de este tipo. En este contexto, las actividades que se les presente a los estudiantes debieran poder facilitar el establecimiento de conjeturas y su posterior verificación, por ejemplo, en el caso de potencias con base fraccionaria, debiera surgir naturalmente la regla que dice "que el exponente multiplica tanto al numerador como al denominador. También resultan desafiantes actividades conducentes a detectar ciertas reglas que se dan con las potencias de base decimal, como por ejemplo $(0,02)^4$, la cual es posible de resolver saber su resultado sin necesidad de realizar la multiplicación.

Las propiedades de potencias entonces serán una ampliación normal de las propiedades de las potencias para base y exponente natural. El docente podría construir actividades que posibiliten que los estudiantes conecten sus conocimientos previos con los nuevos conceptos, verificando que las propiedades ya estudiadas para potencias son válidas también para potencias de base fraccionaria y decimal positiva.

El trabajo en parejas o grupos de discusión en torno a una problemática resultan ser atractivos para los estudiantes, sin embargo, debido a la edad de los estudiantes del nivel, los que en general son energéticos y dispersos, es probable que requieran de monitoreo permanente, por ejemplo de pequeños avances que deban reportar en períodos de tiempos relativamente cortos.

El teorema de Pitágoras en una buena instancia para introducir la necesidad de verificar propiedades y relaciones geométricas trabajando no solo su verificación directa, sino también su recíproco. De esta manera, los estudiantes tendrán la posibilidad de resolver problemas en contextos matemáticos y cotidianos aplicando ambos teoremas. Se sugiere profundizar la comprensión de estos teoremas, su verificación y sus aplicaciones utilizando algún software geométrico en la medida que el establecimiento disponga de los recursos. La utilización de material concreto suelen ser de ayuda en la verificación de las relaciones que se producen.

La raíz cuadrada en este contexto aparece casi natural y pueden ser trabajadas tanto con resultados naturales como decimales, sin embargo en el nivel no están propuestos los números irracionales por lo que el énfasis debe estar solo en la relación que tiene la raíz cuadrada de un número entero positivo con las potencias cuadradas.

Finalmente, en el caso de las figuras 3D, presentar a los estudiantes actividades que involucren variaciones en las medidas de las aristas de prismas y pirámides, ya que esto facilitará la realización de conjeturas relativas a los cambios que se producen en el volumen de estos cuerpos cuando varían las medidas de sus aristas y les facilitará la verificación en casos particulares de las conjeturas formuladas.

Ejemplos de Actividades de Aprendizaje

AE 1: Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo.

AE 2: Interpretar potencia de base 10 y exponente entero.

Actividades

1.- Identifican potencias de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural en la expresión que representa el volumen de un cubo de arista 2,3cm.

2.- Identifican potencias de base 10 y exponente entero en la conversión de kilómetros a centímetros y de centímetros a kilómetros.

3.- Interpretan información expresada en potencias de base 10 y exponente entero. Por ejemplo, comparan la masa de la tierra expresada en gramos con la masa de un electrón expresada en gramos.

AE 3: Conjeturar y verificar algunas propiedades⁶ de las potencias de base y exponente natural.

Actividades

1.- Los estudiantes realizan las siguientes actividades:

- Conjeturan acerca de la multiplicación de potencias del tipo $a^n \cdot a^m$ donde la base y los exponentes son números naturales.

Observaciones al docente:

Respecto de la conjetura

El docente puede guiar a sus estudiantes en esta actividad sugiriéndoles, por ejemplo, que expresen multiplicaciones del tipo $2^3 \cdot 2^4$ en la forma $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Que posteriormente relacionen los exponentes de la multiplicación $2^3 \cdot 2^4$ con el exponente del resultado de la multiplicación anterior: 2^7 .

Que repitan el experimento anterior las veces que sea necesario hasta que descubran un patrón y lo generalicen. Esa será la conjetura.

- Verifican la conjetura formulada

Observaciones al docente:

El docente puede guiar a sus estudiantes en esta actividad sugiriéndoles, por ejemplo, que comprueben la propiedad conjeturada en la multiplicación:

$$7^5 \cdot 7^3$$

⁶ Se refiere, por ejemplo, a las propiedades de multiplicación y división de potencias de igual base, multiplicación de potencias de igual exponente, potencia de una potencia. Solo para el caso de base 10 se trabaja el exponente entero.

2.- Los estudiantes ahora:

- Conjeturan acerca de potencias de potencias, es decir acerca de expresiones del tipo $(a^n)^m$ donde la base y los exponentes son números naturales.

Observaciones al docente:

Respecto de la conjetura

El docente puede guiar a sus estudiantes en esta actividad sugiriéndoles, por ejemplo, que expresen multiplicaciones del tipo $(5^3)^4$ en la forma $(5 \cdot 5 \cdot 5)^4$,

Que posteriormente expresen $(5 \cdot 5 \cdot 5)^4$ en la forma $(5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5)$ y que relacionen los exponentes de $(5^3)^4$ con el exponente del resultado de la multiplicación anterior: 5^{12} .

Que repitan el experimento anterior las veces que sea necesario hasta que descubran un patrón y lo generalicen. Esa será la conjetura.

- Verifican la conjetura formulada

Observaciones al docente:

El docente puede guiar a sus estudiantes en esta actividad sugiriéndoles, por ejemplo, que comprueben la propiedad conjeturada en la potencia de potencia:

$$(4^5)^2$$

AE 4: Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base y exponente natural.

AE 5: Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base 10 y exponente entero.

Actividades

1.- Los estudiantes establecen procedimientos para calcular potencias de distinta base natural y exponentes naturales iguales. Por ejemplo, para calcular $4^3 \cdot 5^3$

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente que previo al establecimiento de estos procedimientos trabaje con sus estudiantes la conmutatividad de la multiplicación y que ejercite la multiplicación de números en paréntesis. Por ejemplo, que en el caso de la multiplicación, utilice esta propiedad y el trabajo con paréntesis para expresar $4^3 \cdot 5^3$ en la forma $(4 \cdot 4 \cdot 4) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5)$

2.-Aplican este resultado para resolver expresiones del tipo: $10^3 \cdot 2^2 \cdot 5^4$.

Observaciones al docente

Se sugiere al docente que repase con sus estudiantes descomposiciones de números en forma multiplicativa, en este caso que descomponga $10 = 2 \cdot 5$ y que aplique el procedimiento anterior, de esta manera $10^3 \cdot 2^2 \cdot 5^4 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \cdot 5^4$

3.- Los estudiantes resuelven las siguientes operaciones con potencias:

a) $15^3 \cdot 3^4 \cdot 5^4$

b) $\frac{24^3}{2^2 \cdot 3^4}$

c) $\frac{20^3}{10^{-5}}$

AE 6: Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo.

AE 7: Determinar y estimar el valor de raíces cuadradas.

Actividades

1.- Aplican el concepto de raíz cuadrada para estimar medidas. Por ejemplo, estiman el lado desconocido de un polígono, si la medida de dicho lado está expresada por una raíz cuadrada.

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente que de al estudiante estrategias para aproximar raíces cuadradas.

2.- Relacionan raíces cuadradas con potencias de exponente dos.

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente trabajar, en primer lugar, actividades relacionadas con el cálculo de cuadrados de números enteros positivos, y en segundo lugar trabajar actividades asociadas al cálculo de raíces de cuadrados perfectos.

AE 8: Comprender el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.

Actividades

1.- Verifican en casos particulares que:

- La suma de las áreas de triángulos equiláteros contruidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo es igual al área del triángulo equilátero contruido sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo.

- La suma de las áreas de los semicírculos contruidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo es igual al área del semicírculo contruido sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo.

2.- Identifican otras figuras, distintas a cuadrados, triángulos equiláteros y semicírculos que satisfacen el teorema de Pitágoras.

3.- Utilizan el teorema recíproco de Pitágoras para verificar que para construir un segmento perpendicular a otro segmento una posibilidad es unir los segmentos y dividir en doce partes iguales esta unión.

4.- Elaboran estrategias para determinar, en contextos cotidianos, que ciertas figuras son rectangulares. Por ejemplo, verifican utilizando el teorema recíproco de Pitágoras si una ventana de forma rectangular está cuadrada.

AE 9: Utilizar estrategias para obtener el volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, y expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente.

Actividades

1.- Utilizan las propiedades de potencias para establecer unidades de medidas que expresen volúmenes. Por ejemplo, calculan el volumen de un paralelepípedo de aristas 20cm, 30cm y 25cm.

2.- Utilizan las propiedades de potencias para transformar unidades de medida. Por ejemplo, para transformar m^3 en cm^3 y Km^2 en m^2

3.- Utilizan estrategias para deducir el volumen de pirámides rectas de base cuadrada. Por ejemplo, de una pirámide recta de base cuadrada de lado 6cm y altura 9cm.

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente guiar al estudiante en esta deducción. Por ejemplo, sugerirles que construyan un paralelepípedo de aristas 6cm, 6cm y 9cm con material concreto y que a partir de él formen la pirámide.

4.- Utilizan estrategias para deducir el volumen de prismas rectos de base hexagonal. Por ejemplo, de un prisma recto de base hexagonal de lado 8cm y de altura 12cm.

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente guiar al estudiante en esta deducción. Por ejemplo, sugerirles que en la base del prisma relacionen el lado del prisma con la altura del hexágono que se forma, y que construyan un paralelepípedo a partir de la altura del hexágono y la altura del prisma.

5.- Calculan volúmenes de prismas rectos y pirámides en contextos de la vida cotidiana y las expresan en las unidades de medida correspondiente. Por ejemplo, calculan la cantidad de agua que se necesita para llenar una piscina de largo 8m, ancho 6m y alto 2m.

AE 10: Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos al variar uno o más de sus elementos lineales.

Actividades

1.- Los estudiantes formulan conjeturas relativas a:

- La variación del perímetro de pentágonos cuando varían sus lados.

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente guiar al estudiante en esta formulación. Por ejemplo, que dibuje un pentágono, que asigne valores a sus lados en centímetros y que registre el perímetro. A continuación que varíe en 1cm el lado del pentágono y que registre el perímetro. A continuación que varíe en 2cm el lado del pentágono y que registre el perímetro, y así sucesivamente. Después que descubra regularidades en la secuencia de datos de los lados y del perímetro del pentágono, y que formule la conjetura.

- La variación del perímetro de triángulos rectángulos cuando varían sus catetos.

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente guiar al estudiante en esta formulación. Por ejemplo, que dibuje triángulo rectángulo de catetos 3cm y 4cm, que calcule su hipotenusa y que posteriormente calcule su perímetro. A continuación que varíe en 1cm el lado de los catetos, que calcule la hipotenusa de manera aproximada y que registre el perímetro aproximado. A continuación que varíe en 2cm el lado de los catetos, que calcule la hipotenusa de manera aproximada y que registre el perímetro aproximado, y así sucesivamente. Después que descubra regularidades en la secuencia de datos correspondientes a los catetos y al perímetro del triángulo, y que formule la conjetura.

- 2.-** Los estudiantes verifican las conjeturas formuladas en pentágonos de lados dados y en triángulos de catetos dados.

AE 11: Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el volumen de prismas rectos y pirámides al variar uno o más de sus elementos lineales.

Actividades

- 1.-** Los estudiantes formulan conjeturas relativas a:

- La variación del volumen de prismas rectos cuando varían los lados de su base y su altura.

Observaciones al docente:

Se sugiere al docente guiar al estudiante en esta formulación. Por ejemplo, que dibuje un prisma recto, que asigne valores en centímetros a los lados de su base y a su altura y que registre su volumen. A continuación que varíe en 1cm cada uno de los lados de la base y la altura y que registre el volumen. A continuación que varíe en 2cm los lados de la base y de la altura del prisma recto y que registre el volumen, y así sucesivamente. Después, que descubra regularidades en la secuencia de datos correspondientes a los lados de la base y de la altura del prisma, y que formule la conjetura.

- En la variación del volumen de pirámides de base cuadrada y triangular cuando varían los lados de su base y su altura.

- 2.-** Los estudiantes verifican las conjeturas formuladas en prismas de lados de la base y altura dados y pirámides de base cuadrada y triangular de datos de la base y la altura dados.

AE 12: Resolver problemas en contextos diversos:

- c) **Aplicando propiedades de las potencias de base y exponente natural, y las potencias de base 10 y exponente entero.**
- d) **Utilizando el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.**

Actividades

- 1.-** Resuelven problemas en contextos matemáticos:

- Relativos a cálculos de valores. Por ejemplo, transforman expresiones, aplicando propiedades de potencias, para obtener soluciones de ecuaciones del tipo $a^x = b$, donde b se relaciona con potencias de a . Por ejemplo, aplican propiedades para expresar 8 en la forma 2^3 y para concluir que 3 es la solución de la ecuación $2^x = 8$.

- 2.-** Utilizan las potencias de base 10 y exponente natural para analizar las distancias que separan a diversos cuerpos celestes.

2.- Resuelven problemas relativos a cálculos de áreas y volúmenes en contextos cotidianos. Por ejemplo:

- Calculan la cantidad de centímetros cúbicos que están contenidos en 1 litro de agua.
- Calculan la medida de superficies rectangulares cuyos lados están expresados en potencias de 10. Por ejemplo: de un rectángulo de largo 10^3 cm, y ancho 10^{-1} cm

3.- Utilizan propiedades de potencias para modelar situaciones. Por ejemplo, modelan la siguiente cadena alimenticia: una persona desea recolectar arroz para una campaña benéfica, con ese propósito (etapa 1) contacta tres personas, cada una de las cuales dona 3 kilos de arroz; después cada una de estas personas contacta otras tres personas cada una de las cuales dona tres kilos de arroz (etapa 2), y así sucesivamente, ¿cuánto arroz se recolecta en la etapa 9?

4.- Determinan tríos Pitagóricos. Por ejemplo, determina los valores de a , b , c que satisfacen la condición $a^2 + b^2 = c^2$.

Observaciones al docente:

Es importante que el docente guíe a sus estudiantes a que deduzcan que de los tríos a , b , c que satisfacen la condición: la suma de los cuadrados de los primeros dos términos es igual al cuadrado del tercer término, se obtienen tríos ka , kb , kc , $k \in \mathbb{N}$ que satisfacen la condición anterior.

Es importante que el docente guíe a sus estudiantes a que deduzcan tríos a , b , c de manera que el máximo común divisor entre ellos sea 1 y que satisfagan la condición $a^2 + b^2 = c^2$.

5.- Utilizan tríos Pitagóricos tales que su máximo común divisor sea 1 para calcular lados de triángulos rectángulos.

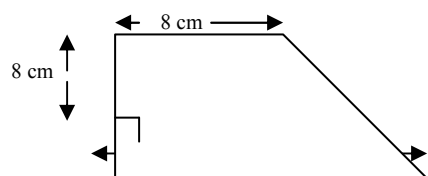
Observaciones al docente:

Se sugiere al docente entregar a sus estudiantes estrategias para encontrar tríos Pitagóricos de máximo común divisor 1, por ejemplo, la siguiente estrategia: a) que encuentren un trío Pitagórico, b) que determinen si estos elementos tienen factores comunes, y si es así, c) que dividan los números por ese factor hasta obtener este tipo de tríos. Por ejemplo, que si encuentran el trío 6, 8, 10, determinen que estos números tienen un factor común que es el 2, y que dividan estos números por 2 hasta obtener el trío Pitagórico 3, 4, 5.

6.- Resolver problemas en contextos diversos utilizando el teorema de Pitágoras. Por ejemplo:

- Obtienen de manera práctica el ángulo recto utilizando los tríos pitagóricos.
- Calculan perímetros de triángulos rectángulos.
- Estiman perímetros de triángulos rectángulos cuya hipotenusa no es un número entero, por ejemplo, de un triángulo de catetos 2cm y 3cm.
- Determinan áreas de triángulos rectángulos utilizando el teorema de Pitágoras.

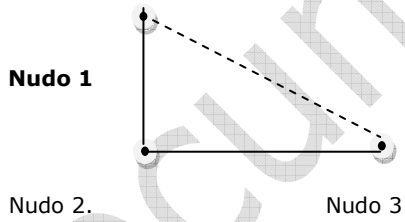
- Utilizan el teorema de Pitágoras para resolver problemas en contextos geométricos. Por ejemplo, los estudiantes determinan el perímetro del trapecio rectángulo de la figura.



Observaciones al docente:

Se sugiere al docente trabajar actividades relacionadas con trazados de segmentos en figuras, de manera que sus estudiantes visualicen figuras desde otras perspectivas.

Actividad de Evaluación

Aprendizaje Esperado: Comprender el Teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.	
Indicadores de Evaluación: <ul style="list-style-type: none"> • Verifican en casos particulares el teorema de Pitágoras, de manera manual o utilizando un procesador geométrico. • Verifican en casos particulares el teorema de recíproco de Pitágoras, en forma manual o utilizando un procesador geométrico. • Identifican situaciones donde se aplica el teorema de Pitágoras. • Reconocen la importancia del teorema recíproco de Pitágoras en la resolución de problemas en contextos geométricos. 	
Instrucciones Leer cuidadosamente las situaciones dadas y responder a las pregunta	
Situación: El maestro Pedro, tiene que construir una radier rectangular. No sabe cómo asegurarse que los ángulos, en las esquina, sean realmente rectos. Le manifiesta su problema al maestro Juan, quien tiene más experiencia, éste le indica que use la "regla de los tres nudos".Cuál es esa – le pregunta Pedro- a lo que Juan le responde: toma una cuerda y en uno de sus extremos haz un nudo, a partir del nudo mide 30 cm y haz un segundo nudo finalmente haz un tercer nudo a una distancia de 40 cm del segundo. ¿Y? pregunta Pedro, ¿qué hago ahora? Juan: Clava una estaca en el lugar donde quieres dibujar tu ángulo recto, y coloca la cuerda de modo que el segundo nudo quede en la estaca. Fija uno de los extremos de la cuerda de modo que quede tensa y mueve el otro extremo, midiendo la distancia entre el primer y tercer nudo hasta que esa distancia sea igual a 50 cm, fija ahí el extremo libre de la cuerda. Y entonces, mi amigo, tendrás un ángulo recto.	Criterios de Evaluación: <ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce el inverso al teorema de Pitágoras. 2. Explica la situación basándose en el Teorema de Pitágoras. 3. Aplica el Teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa, conocido la longitud de los catetos.
 <p style="text-align: center;">Nudo 1</p> <p style="text-align: center;">Nudo 2. Nudo 3</p> <p>Preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Es verdad que el procedimiento descrito por el Juan permite construir ángulos rectos? Justifica. 2. ¿Qué conocimiento geométrico serviría para apoyar el método descrito por Juan para construir ángulos rectos? Justifica. 3. Construya un triángulo rectángulo de catetos iguales a 30cm y 40 cm respectivamente. ¿Cuánto medirá la hipotenusa? ¿Por qué? 	

UNIDAD 4

Datos y Azar

Propósito de la unidad

El propósito de esta unidad es profundizar en las habilidades de interpretar, comparar y analizar información a partir de diversos tipos de tablas y gráficos en diferentes contextos, así como también en la capacidad de organizar y representar datos a través de los instrumentos mencionados. En esta unidad los estudiantes trabajarán con tablas y gráficos revisados en años anteriores, tales como gráficos de barras, barras múltiples, de líneas y circulares, fundamentalmente en contextos extraídos de los medios de comunicación. El énfasis en este nivel está puesto en el análisis crítico de la información y en la selección de las formas de organizar y representar los datos, en función del tipo de análisis que se desee realizar. Por otro lado, se profundiza en los conceptos de población y muestra como algo fundamental en el estudio de la estadística. Se espera que los estudiantes reconozcan que la naturaleza de la muestra y el método de selección inciden en el estudio de la población.

Por otra parte, en esta unidad los estudiantes continúan su trabajo con el tópico de probabilidades, profundizando en el estudio de situaciones de incerteza y experimentos aleatorios. En este nivel se enfatiza el trabajo con tablas de frecuencia a partir del registro de los resultados de experimentos aleatorios. Será importante la iteración de cada experimento e ir registrando lo que sucede con la frecuencia relativa para cada evento, de modo que sea también posible comparar más de un evento. También cobra relevancia el uso de herramientas tecnológicas para simular un gran número de veces un cierto experimento aleatorio, por ejemplo, lanzar dos monedas.

Conceptos claves

Población – frecuencia – frecuencia relativa – tablas de frecuencias – azar – probabilidad – experimento aleatorio – evento de un experimento aleatorio.

Prerrequisitos

- Gráficos de línea, barras y circulares.
- Selección de escalas numéricas, adecuadas a los datos, para los ejes de un sistema de coordenadas.
- Razones y proporciones.
- Cálculo de porcentajes.
- Comparación de cantidades.

Contenidos disciplinares

- Frecuencia absoluta.
- Frecuencia relativa.
- Frecuencia relativa porcentual.
- Población.
- Muestra.
- Representatividad de una muestra.
- Experimento aleatorio.
- Evento de un experimento aleatorio.
- Ocurrencia de un evento.
- Probabilidad de ocurrencia de un evento.

Habilidades

- Extraer información desde datos organizados en tablas y gráficos.
- Resolver problemas utilizando datos organizados en tablas y gráficos.
- Representar un conjunto de datos a través de tablas y gráficos.
- Comparar información gráfica.
- Evaluar críticamente información gráfica.
- Utilizar herramientas tecnológicas en la construcción de gráficos.
- Obtener muestras aleatorias desde una población.
- Estimar la probabilidad de ocurrencia de un evento asociado a un experimento aleatorio.

Actitudes

- Actitudes de interés por conocer la realidad al trabajar con información cuantitativa de diversos contextos.
- Una actitud crítica frente a la información gráfica presente en los medios de comunicación.
- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

Aprendizajes esperados	Sugerencias de Indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
1. Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos.	<ul style="list-style-type: none">• Leen e interpretan información a partir de datos organizados en diversos tipos de tablas. Por ejemplo, tablas de frecuencia donde se incorpora la frecuencia relativa porcentual.• Comparan información extraída de diversos tipos de gráficos y tablas y comunican sus conclusiones.• Leen e interpretan información a partir de datos organizados en gráficos que usualmente aparecen en los medios de comunicación. Por ejemplo, gráficos de barras, circulares, de líneas y pictogramas.• Comparan información gráfica, que usualmente aparece en los medios de comunicación, con las descripciones o textos que les acompañan y evalúa la coherencia entre ambas.• Evalúan si las conclusiones presentadas en los medios de comunicación son pertinentes apoyándose en la información gráfica.
2. Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar.	<ul style="list-style-type: none">• Resuelven problemas que involucren la construcción de tablas de frecuencias, seleccionando el tipo de frecuencia⁷ según el análisis que se requiera hacer.• Organizan un conjunto de datos en diferentes tipos de gráficos, por ejemplo de barras, circular o líneas y seleccionan aquél que le permita responder mejor las preguntas planteadas.• Seleccionan la representación gráfica más adecuada para la representación de un conjunto de datos y justifican su elección basándose en el tipo de datos involucrados.• Resuelven problemas, en diversos contextos, que involucren la comparación de dos o más conjuntos de datos seleccionando la representación gráfica más adecuada.• Evalúan si una tabla o tabla de frecuencia es suficiente para organizar un conjunto de datos o si es necesario construir un gráfico para comunicar información.
3. Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.	<ul style="list-style-type: none">• Establecen estrategias para escoger muestras de un determinado tamaño desde una población específica.• Señalan las ventajas y desventajas de las estrategias establecidas para escoger muestras de un determinado tamaño desde una población específica.• Deciden y argumentan acerca del número y las formas de extraer muestras, de modo que las conclusiones se generalicen a la población.• Identifican elementos que caracterizan a una muestra representativa.

⁷ Frecuencia absoluta, relativa, porcentual o acumulativa.

	<ul style="list-style-type: none"> • Argumentan si una muestra es o no representativa a partir de diferentes ejemplos. • Identifican la muestra tomada desde estudios y encuestas publicadas en medios de comunicación, y evalúan la pertinencia sobre las conclusiones obtenidas en el estudio.
4. Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.	<ul style="list-style-type: none"> • Realizan diferentes experimentos aleatorios simples (con dados, monedas, ruletas, etc.) para identificar los resultados posibles y los registran en tablas de frecuencia que involucren una gran cantidad de iteraciones⁸. • Determinan eventos que tienen mayor ocurrencia a partir del registro de los resultados de un experimento aleatorio en tablas de frecuencias. • Señalan si un suceso es más o menos probable, a partir de la interpretación de información entregada en una tabla de frecuencia. • Predicen acerca de la probabilidad de ocurrencia de un evento, a partir de la simulación (un número grande de iteraciones) de un experimento aleatorio usando tecnología.

En relación a los OFT, la unidad promueve

Actitudes de interés por conocer la realidad al trabajar con información cuantitativa de diversos contextos.

- Buscar información cuantitativa por iniciativa propia.
- Formular preguntas sobre los temas implicados en la información trabajada.

Una actitud crítica frente a la información gráfica presente en los medios de comunicación.

- Verificar las fuentes de información.
- Evaluar las formas de representación de los datos (gráficos, tablas y medidas de tendencia central y de dispersión).
- Evaluar las conclusiones enunciadas.

Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- Participan de manera propositiva en actividades grupales.
- Demuestran responsabilidad en la tarea asignada.
- Toman iniciativa en actividades de carácter grupal.
- Proponen alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

⁸ Sobre 100 para que tenga sentido el análisis.

Observaciones al docente

Tal como lo sugieren los aprendizajes esperados, esta unidad se conecta naturalmente con los Objetivos Fundamentales Transversales. A través del trabajo propuesto en Datos y Azar, se puede incentivar el interés por conocer la realidad y la búsqueda de la información en diversas fuentes. Por otra parte, el terreno es propicio para promover una actitud crítica frente a la información presente en los diferentes medios de comunicación y el trabajo en equipo en la resolución de problemas que involucren el análisis de datos.

En la parte estadística (Datos) se sugiere trabajar usando contextos de interés para los estudiantes, deseablemente escogidos desde diarios, revistas o Internet, de modo que los estudiantes vean permanentemente que la Estadística está en conexión con la vida cotidiana y es una herramienta para interpretar y modelar la realidad, usando representaciones tales como tablas y gráficos. Se sugiere seleccionar situaciones que permitan a los estudiantes resolver problemas que impliquen interpretar información presentada en diversos tipos de tablas y gráficos. También pueden evaluar la coherencia entre los gráficos que se presentan en los medios de comunicación y los textos asociados donde se realizan comentarios y conclusiones respecto del estudio en cuestión. Por otra parte, se sugiere proponer a los estudiantes situaciones en las que, a partir de un conjunto de datos, decidan la manera de organizarlos y el tipo de gráfico que mejor comunique la información. En esto será muy relevante el tipo de datos que se estén utilizando. También pueden discutir sobre si es suficiente con organizar un conjunto de datos en una tabla (de frecuencia, por ejemplo) o si es necesario utilizar algún gráfico para clarificar la situación. En cuanto a los conceptos de población y muestra, se recomienda proponer a los estudiantes discusiones relacionadas con las formas de seleccionar una muestra, con el concepto de representatividad y si las conclusiones de un estudio pueden ser o no generalizables a la población.

En la parte de probabilidades (Azar) se recomienda proponer a los estudiantes diversas situaciones y experimentos aleatorios, a través de los cuales puedan registrar los resultados en tablas de frecuencia y establecer comparaciones entre los distintos eventos. Por ejemplo, se puede considerar el lanzamiento de dos monedas o dos dados unas 200 veces por lo menos. El énfasis debe estar en el registro de la frecuencia relativa para los diferentes eventos y en las regularidades observadas a medida que se aumenta el número de lanzamientos. Cabe señalar que es importante en esta unidad el trabajo con herramientas tecnológicas que permitan realizar simulaciones de los experimentos aleatorios, considerando un número elevado de iteraciones (por ejemplo, 1.000, 5.000 o más). De este modo será posible observar con más claridad las regularidades de ciertos eventos, lo cual es muy difícil con pocos lanzamientos. Por ejemplo, al lanzar dos monedas el evento "cara y sello" claramente es más frecuente que los eventos "cara - cara" o "sello - sello". Es importante que los estudiantes realicen conjeturas acerca de los resultados y luego las verifiquen o refuten realizando los experimentos.

Es importante dejar que los estudiantes lean, analicen e interpreten situaciones expresadas a través de tablas y gráficos, que respondan preguntas y resuelvan problemas de manera grupal e individual, y que observen y busquen regularidades en la información.

Finalmente, toda información o contexto utilizado debe resguardar cualquier situación de sesgo cultural, socioeconómico o de género.

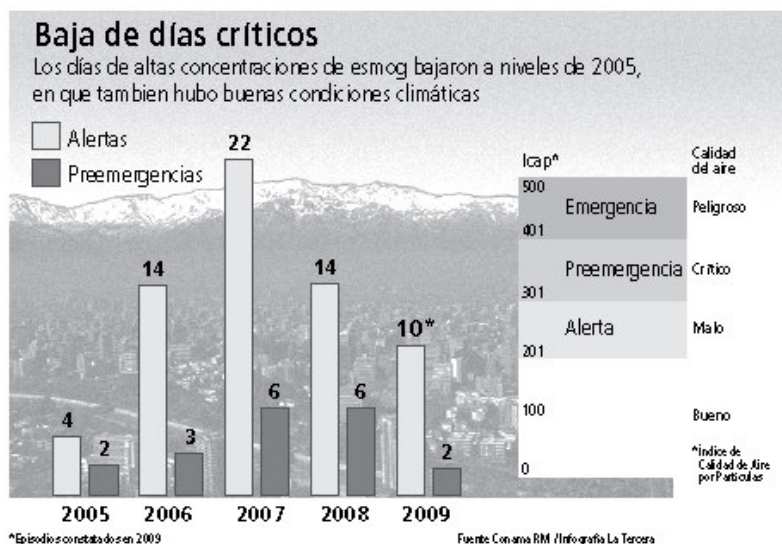
Ejemplos de actividades

AE 1:

Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos.

Actividades

1.- Observan tablas y gráficos de interés obtenidos desde distintos medios de comunicación y escriben información relevante en el contexto. Comunican las conclusiones. Por ejemplo, discuten acerca de cierta información presentada en un gráfico, extraída desde un diario local⁹.



- Responden preguntas cuyas respuestas se extraen del gráfico, por ejemplo: ¿Qué significa cada barra?, ¿qué representa el eje X?, o bien ¿qué se está comparando?
- Responden preguntas más específicas respecto del gráfico tales como: ¿En qué años las concentraciones de smog fueron más bajas?, ¿En qué año las condiciones del aire fueron más críticas?, ¿Qué sucede con la calidad del aire en el 2009? El profesor debe evaluar las respuestas entregadas por los estudiantes y llegar a una interpretación correcta en conjunto con ellos.
- Proponen otras preguntas que puedan ser respondidas desde el gráfico.

Observaciones al docente

Es importante motivar a los estudiantes para que observen los gráficos, comprendan el contexto y entiendan los números que aparecen. Se sugiere orientar el trabajo mediante preguntas del tipo ¿qué significa cada barra?, ¿qué representa el eje X?, o bien ¿qué se está comparando? Luego introducirlos a situaciones más específicas que se pueden extraer desde el gráfico. Se sugiere que los estudiantes, con el apoyo del profesor, puedan analizar a fondo la información presentada y que evalúen la pertinencia de las conclusiones entregadas por los medios de comunicación y las contrasten con sus propias conclusiones.

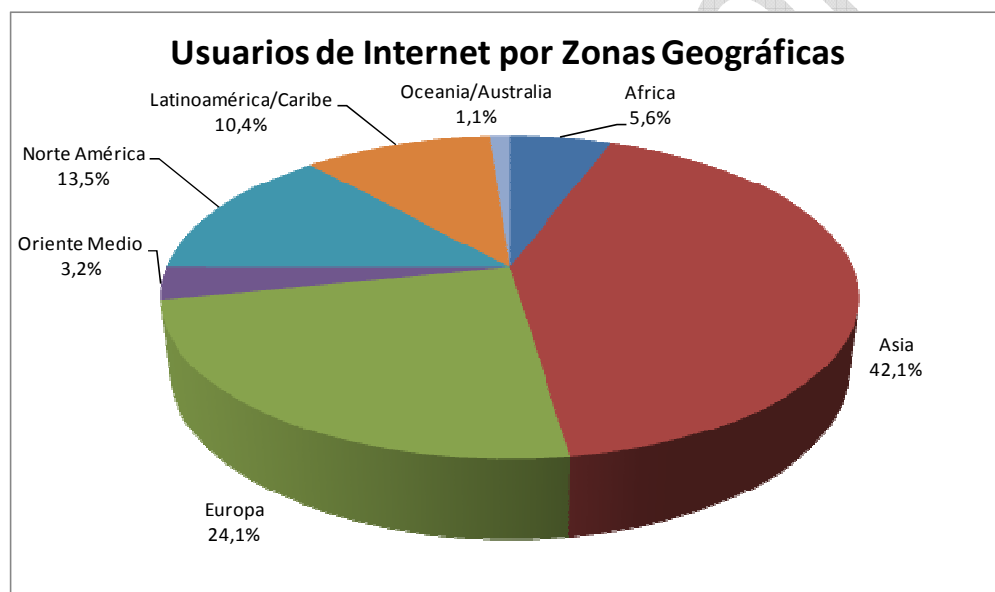
⁹ El gráfico aquí presentado fue extraído del diario La Tercera, jueves 13 de agosto de 2009. El docente podría utilizar este mismo gráfico, o bien utilizar otro para la actividad.

2.- Recopilan información en diferentes medios de comunicación, mencionando la fuente. Se aseguran de que aparezca organizada en tablas y en distintos tipos de gráficos para compararla con la hallada por otros estudiantes u otros grupos. Por ejemplo:

- Observan una tabla y gráfico como los siguientes:

Usuarios del Internet y Población por Países y Regiones¹⁰

Regiones	Población (2010)	Usuarios, dato más reciente
África	1.013.779.050	110.948.420
Asia	3.834.792.852	828.930.856
Europa	813.319.511	475.121.735
Oriente Medio	212.336.924	63.240.946
Norte América	344.124.450	266.224.500
Latinoamérica / Caribe	592.556.972	205.097.470
Oceanía / Australia	34.700.201	21.272.470
TOTAL MUNDIAL	6.845.609.960	1.970.836.397



- Comparan la información de la tabla con la información del gráfico. Verifican cada uno de los porcentajes que muestra el gráfico circular
- Discuten la manera en que la información de la tabla pueda ser representada en un gráfico de barras múltiples u otras representaciones.
- Responden preguntas tales como: ¿qué región es la que tiene mayor población?, ¿qué región es la que tienen menor población?, ¿qué región tiene una mayor cantidad de usuarios conectados?, o bien ¿qué regiones tienen una cantidad similar de usuarios conectados? En relación a su población total, ¿qué región tiene mayor cantidad de usuarios conectados?

¹⁰ © 2000-2010, Miniwatts Marketing Group, <http://www.exitoexportador.com/stats.htm>
(consultado el 03/10/2010)

Observaciones al docente: Se sugiere al docente incluir tablas que incluyan, además de la frecuencia, la frecuencia relativa y la frecuencia relativa porcentual, de modo que los estudiantes visualicen su importancia.

La presentación de información proveniente de diversas fuentes genera inquietudes en los estudiantes y ellos formulan preguntas. Se sugiere al docente propiciar intercambio de la información e investigación individual con el objeto de motivar la búsqueda por iniciativa propia en los estudiantes.

Estas actividades apuntan a que los estudiantes verifiquen las fuentes de información, evalúen las conclusiones enunciadas y participen de manera propositiva en actividades grupales.

AE 2:

Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar.

Actividades

1.- Realizan un estudio (basado en otros anteriores¹¹) en el colegio respecto al uso de Facebook en dos aspectos:

- Frecuencia de Uso: ¿Cuán a menudo te conectas a Facebook?

Alta	Todos los días
	2 a 3 veces por semana
Media	1 vez por semana
Baja	Cada 2 a 3 semanas
	1 vez al mes/más a lo lejos

- Red de amigos: ¿Cuántos amigos tienes en Facebook?

3 a 19
20 a 37
38 a 70
70 a 300
Más de 300

2.- A partir de los datos no organizados, recogidos a través de la encuesta anterior, construyen una tabla de frecuencias que incluya las columnas de frecuencia, frecuencia relativa y frecuencias relativas porcentuales.

3.- Determinan la mejor forma de organizar la información (información básica, tabla de frecuencias simple o diferentes tipos de gráficos) realizando la construcción en el cuaderno.

AE 3:

Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.

Actividades

1.- Realizan una encuesta de un tema de interés categorizando las respuestas, por ejemplo:

Encuestar a 40 personas sobre su preferencia de equipo de fútbol de primera división de Chile con el siguiente espacio muestral: Colo-Colo, U. de Chile, U. Católica, Cobreloa, U. Española, otros.

2.- Escriben los criterios que utilizaron para escoger la muestra (encuestados).

3.- Responden preguntas sobre la idoneidad de la muestra escogida tales como:

- Los resultados, son representativos de la realidad de su ¿barrio? ¿Comuna? ¿Región? ¿País?
- ¿Qué elementos aseguran que la muestra sea o no representativa?

¹¹ http://www.iccom.cl/html/difusion/estudios_difusion/Uso%20de%20Facebook/Uso%20de%20Facebook%20-%20ICCOM%202008.pdf

4- Describen en su cuaderno experimentos y encuestas en los cuales los resultados no son representativos de la población producto de que la muestra tampoco lo es.

5.- A partir de distintos estudios extraídos de medios de comunicación, realizan un análisis crítico acerca de la validez o pertinencia de las conclusiones que se enuncian.

Observaciones al docente: Se sugiere al docente que este tipo de actividades sean desarrolladas en grupos de trabajo a fin de promover la discusión entre los estudiantes.

AE 4:

Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.

Actividades

1.- En grupos de 3 o 4 estudiantes realizan una actividad de repetición de un experimento aleatorio y uno de ellos registra los resultados obtenidos. Por ejemplo:

Dos miembros del grupo deben lanzar un dado cada uno 50 veces. Un tercer integrante debe registrar los resultados en la siguiente tabla:

N° de Lanzamiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dado 1										
Dado2										

N° de Lanzamiento	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Dado 1										
Dado2										

N° de Lanzamiento	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Dado 1										
Dado2										

N° de Lanzamiento	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Dado 1										
Dado2										

N° de Lanzamiento	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Dado 1										
Dado2										

Con esta información, completan una tabla de frecuencias simple que incluye la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa de cada resultado.

2.- Consideran para el lanzamiento de dos dados como resultados, por ejemplo, los relativos a:

- La suma de los puntajes de los dados
- El producto de los puntajes de los dados

3.- Observan la columna de frecuencias relativas y determinan qué resultados tienen mayor y menor probabilidad de ocurrencia.

4.- Conjeturan acerca de la probabilidad "a priori" de obtener un determinado resultado

5.- Utilizan alguna herramienta tecnológica para simular los resultados del lanzamiento de dos dados y elevar el número de lanzamientos, por ejemplo, a 5 mil o 10 mil. Buscan regularidades.

6.- Analizan la existencia de tendencias de datos representados en tablas de frecuencias o gráficos de barras. Por ejemplo, respecto al lanzamiento de dados o monedas con ayuda de la tecnología. Responden preguntas del tipo:

- Si se lanza una moneda, ¿qué resultado es más probable, cara o sello?
- Si se lanzan dos monedas, ¿cómo podrían ser representados los posibles resultados? ¿a qué resultado apostarían, cara - cara, sello - sello o mezclado?

Observaciones al docente: Se sugiere al docente que este tipo de actividades sea desarrollado en grupos de trabajo a fin de promover la discusión entre los estudiantes.

Se sugiere incorporar el uso de tecnología, que permita la simulación de experimentos aleatorios una gran cantidad de iteraciones.

Actividad de Evaluación

Aprendizaje Esperado:

Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.

Indicadores de Evaluación:

- Realizan diferentes experimentos aleatorios simples (con dados, monedas, ruletas, etc.) para identificar los resultados posibles y los registran en tablas de frecuencia que involucren una gran cantidad de iteraciones¹².
- Determinan eventos que tienen mayor ocurrencia a partir del registro de los resultados de un experimento aleatorio en tablas de frecuencias.
- Señalan si un suceso es más o menos probable, a partir de la interpretación de información entregada en una tabla de frecuencia.
- Predicen acerca de la probabilidad de ocurrencia de un evento, a partir de la simulación (un número grande de iteraciones) de un experimento aleatorio usando tecnología.

Instrucciones.

La siguiente actividad la realizarán en grupos de 5 personas. Cada grupo recibe 5 dados, uno por integrante.

Cada integrante de su grupo debe lanzar 25 veces su dado y registrar los resultados en una tabla. Finalizado los lanzamientos, se deben resumir los resultados totales - resultados de los 125 lanzamientos - del grupo en la siguiente tabla.

Resultados Posibles	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa porcentual
1		
2		
3		
4		
5		
6		

De acuerdo a los resultados obtenidos y registrados en la tabla responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuál de los siguientes eventos tiene mayor ocurrencia?
 - "que salga un número mayor o igual a 3"
 - "que salga un número par"
- Al lanzar nuevamente un dado, ¿Qué es más probable: "que salga un número mayor que 2" o "que salga un número menor que 5"? Justifique.
- Si lanzas nuevamente un dado, que crees que ocurrirá. ¿Con qué probabilidad? Una vez que hayas respondido a la pregunta anterior, lanza el dado y contrasta el resultado con tu predicción. Explica lo ocurrido.

Criterios de Evaluación:

- Realiza el experimento Aleatorio
- Construyen la tabla de frecuencia con los resultados.
- Compara eventos de acuerdo a la ocurrencia según la tabla de frecuencias.
- Compara eventos de acuerdo a su probabilidad de ocurrencia.
- Predicen acerca de la probabilidad de ocurrencia.

¹² Sobre 100 para que tenga sentido el análisis.

MATERIAL DE APOYO SUGERIDO

Referencias bibliográficas para el docente

- **Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, Matemática.** Ministerio de Educación de Chile. Mayo 2009.
- **Enseñar matemáticas.** Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez y Torra., GRAO, Madrid. 1996.
- **Ingeniería didáctica en educación matemática.** Artigue, Michèle y otros. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1ª edición. 1995.
- **Calculadoras: Introducción al Álgebra.** Cedillo, Tenoch. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1997. 1ª edición.
- **La matemática aplicada a la vida cotidiana.** Corbalán Fernando. Graó, Barcelona, 1995.
- **El aprendizaje de las Matemáticas.** Dickson L., Brown M., y Gibson O. Editorial Labor S.A. Barcelona, 1991.
- **Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes.** Malila C. Ghyka. Editorial Poseidón, Buenos Aires. 1968.
- **Razonamiento Matemático.** Rodríguez, José y otros. Internacional Thompson Editores, México, 1997, 1ª edición.
- **101 Actividades para implementar los Objetivos Fundamentales transversales.** Winston H Elphick D. Lom Ediciones, 2001.
- **El hombre que calculaba.** Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan). Editorial Limusa S.A. De C.V., 2002.
- **Construcciones Geométricas Mediante un Compás,** A. N. Kostovsky, Editorial Mir, Moscú, 1984.
- **Geometría elemental.** Villanueva y otros. Ediciones Universidad Católica de Chile, Santiago 1993.
- **Buscando un orden para el azar. Proyecto Enlaces Matemática.** Araya S. Roberto y Matus Claudia. Editado por Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile. 2008. 2ª edición.
- **Introducción a la Estadística.** Portus Govinden L. Editorial Mc Graw Hill, 1998. 2ª Edición.
- **Azar y probabilidad.** Díaz J y otros. Editorial Síntesis, Madrid, 1987.
- **Contenidos Básicos de Estadística y Probabilidad.** Saavedra G. Eugenio. Editorial Universidad de Santiago, colección ciencias. 2005.
- **Educación Matemática y buenas prácticas.** Nuria Planas y Ángel Alsina. Editorial Grao. Barcelona. 2005.
- **Didáctica de la Matemática.** Bruno D'Amore. Cooperativa Editorial Magisterio. Colombia. 2006.
- **Enseñar Matemática Hoy.** P. Sadovsky. Libros del Zorzal. Argentina 2005
- **Aprendizaje Cooperativo en Matemática.** J.M. Serrano y otros. Universidad de Murcia. 1997.
- **El Currículo de Matemática en los inicios del siglo XXI.** J.M. Goñi (Coord.). Editorial Grao. Barcelona. 2000.
- **Las Matemáticas en el entorno.** Revista UNO. Editorial Grao. Barcelona. 1997
- **Encuentros cercanos con la matemática.** M.E. Duhalde, M.T González. Editorial AIQUE. Argentina. 2003.
- **Un club de Matemática para la diversidad.** Luz Callejo. Narcea. Madrid.1994.
- **Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático.** Manual para Kinder a Octavo básico. Alicia Cofré, Lucila Tapia. Editorial Universitaria, 1995.
- **Números Decimales ¿Por qué? ¿Para qué? Serie Matemáticas: cultura y aprendizaje.** Centeno, Julia. Editorial Síntesis.1997.
- **Razones para enseñar Geometría en la educación Básica.** A.M Bressan, B. Bogisic, K. Crego. Ediciones Novedades Educativas. México. 2006.
- **Uno, Dos, Tres... Geometría otra vez.** José Villela. Editorial AIQUE. Argentina. 2001.
- **"Una introducción a la didáctica de la matemática",** en *Enseñanza de la Matemática*, Artigue, M., Selección bibliográfica, traducción para el PTFD, MCyE 1994.
- **Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática,** Johsua S., Dupin J. (2005), Buenos Aires, Colihue.
- **La matemática: su contenido, métodos y significado. Tres volúmenes.** Aleksandrov, A; Kolmogorov, A; Laurentiev, M y otros. Alianza universidad. Madrid. 1976.
- **Materiales para construir la geometría.** Alsina Catalá, C., Burgués Flamerich, C., Fortuny Aymeny, J. M. Editorial Síntesis. 1988.
- **Invitación a la didáctica de la geometría.** Alsina Catalá, C.; Fortuny Aymeni, J. M.; Burgués Flamerich, C. Editorial Síntesis. Madrid.
- **Simetría dinámica.** Alsina Catalá, C. Y otros. Editorial Síntesis. 1990.

- **Hoja de Cálculo en la enseñanza de las matemáticas en Secundaria.** Arias, Nafría, Domínguez, Santiso, Díez, Garrán, Timón, Caravantes, Martínez, Villarino, Sáenz Y González. Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid. 1992.
- **El ingenio en las Matemáticas.** Colección "La Tortuga de Aquiles". Honsberger, R. DLS-Euler Editores. Madrid. 1994.

Páginas Web recomendadas:

- Ministerio de Educación de Chile
<http://www.mineduc.cl>
- Instrumentos Curriculares (Mapas de Progreso, Programas de estudio, etc)
<http://www.curriculum-mineduc.cl/>
- Instituto Nacional de Estadísticas
<http://www.ine.cl>
- Red Maestros de Maestros (MINEDUC)
<http://www.rmm.cl>
- Sitio Key Curriculum Press de textos de matemática
Geometría:
<http://www.keypress.com/x19850.xml> (Ver capítulos de lecciones en español)
Álgebra
<http://www.keypress.com/x19578.xml> (Ver capítulos de lecciones en español)
- Textos para docentes y estudiantes, educación secundaria México:
<http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/recdidactico.html>
http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat_ed/mat_ed_01.php

Recursos digitales interactivos en la Web:

- **Portal Educar Chile:**
<http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119>
- **Enlaces:**
http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65
- **Proyecto Descartes, España:**
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>
- **Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales**, applets de la Universidad de UTAH:
<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>
- **EDUTEKA**, Portal Educativo, Colombia:
 - <http://www.eduteka.org/directorio>, luego elegir la carpeta "Matemáticas" o bien desde el enlace directo:
 - http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=204
 - Actividades sugeridas por temas: <http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>

Referencias bibliográficas para el alumno

- **Historia de la matemática.** Argüelles Rodríguez, J. Editorial Akal. 1989.
- **Hoja de Cálculo en la enseñanza de las matemáticas en Secundaria.** Arias, Nafría, Domínguez, Santiso, Díez, Garrán, Timón, Caravantes, Martínez, Villarino, Sáenz Y González. Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid. 1992.
- **Funciones y gráficas.** Azcárate Giménez, C.; Deulofeu Piquet, J. Editorial Síntesis. 1990.
- **El ingenio en las Matemáticas.** Colección "La Tortuga de Aquiles". Honsberger, R. DLS-Euler Editores. Madrid. 1994.
- **El hombre que calculaba.** Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan). Editorial Limusa S.A. De C.V., 2002.
- **Buscando un orden para el azar. Proyecto Enlaces Matemática.** Araya S. Roberto y Matus Claudia. Editado por Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile. 2008. 2ª edición.
- **Introducción a la Estadística.** Portus Govinden L. Editorial Mc Graw Hill, 1998. 2ª Edición.

Páginas Web recomendadas:

- Textos para el docente y el estudiante educación secundaria México:
<http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/recdidactico.html>
http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat_ed/mat_ed_01.php

Recursos digitales interactivos en la Web:

- **Proyecto Descartes, España:**
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php>
- **Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales**, applets de la Universidad de UTAH:
 - El enlace genérico es <http://nlvm.usu.edu/es/nav>, o bien puede escoger los enlaces directos:
 - **Números y operaciones:**
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_1.html
 - **Álgebra:**
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_2.html
 - **Geometría:**
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_3.html
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_4.html
 - **Análisis de Datos y Probabilidad:**
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_5.html
- **Portal Educar Chile:**
<http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119>
- **Enlaces:**
http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65
- **EDUTEKA**, Portal Educativo, Colombia:
 - Actividades sugeridas: <http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>
 - El enlace genérico de las unidades temáticas es <http://www.eduteka.org/directorio> o bien puede escoger los enlaces directos:
 - **Números y operaciones:**
http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=362
 - **Geometría**
http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=363
http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=364
 - **Probabilidad y Estadística**
http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=365
 - **Álgebra**
http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=366

Referencias bibliográficas CRA			
Unidad	Autor	Título	Sello
Unidad 1, 2, 3 y 4	Snape Charles ; Scott Heather	iSal si puedes!	Limusa
Unidad 1, 2, 3 y 4	Varios Autores	Usa las matemáticas: soluciona desafíos de la vida real 5 v.	Alfaguara Infantil y Juvenil
Unidad 1, 2, 3 y 4	Varios Autores	Calculadora	Texas
Unidad 2	Varios Autores	Juegos de naipes ingleses	s.d.
Unidad 3	Varios Autores	Sólidos geométricos	Learning Resources
Unidad 3	Varios Autores	Tangramas	s.n.
Unidad 3	Varios Autores	Cubos en base dos	s.n.
Unidad 4	Varios Autores	Cuerpos geométricos	s.n.
Unidad 1, 2, 3 y 4	Blum, Raymond	Festival de ingenio	RIL
Unidad 1, 2, 3 y 4	Collantes, J. ; Pérez, A.	Matecuentos 3 : cuentos con problemas	Nivola Libros
Unidad 1, 2, 3 y 4	Gardner, Martin	El idioma de los espías	RIL
Unidad 1, 2, 3 y 4	Moscovich, Ivan	Imaginación geométrica	La Vasija
Unidad 1, 2, 3 y 4	Sierra i Fabra, Jordi	El asesinato del profesor de matemáticas	Anaya
Unidad 1, 2, 3 y 4	Varios Autores	Apuntes de matemáticas	Parramón

ANEXOS

Anexo 1: Uso flexible de otros instrumentos curriculares

Existe un conjunto de instrumentos curriculares que los docentes pueden utilizar de manera conjunta y complementaria con el programa de estudio. Estos pueden ser usados de manera flexible para apoyar el diseño e implementación de estrategias didácticas y para evaluar los aprendizajes.

Orientan sobre la progresión típica de los aprendizajes

Mapas de progreso¹³. Ofrecen un marco global para conocer cómo progresan los aprendizajes clave a lo largo de la escolaridad¹⁴.

Pueden ser usados, entre otras posibilidades, como un apoyo para abordar la diversidad de aprendizajes que se expresa al interior de un curso, ya que permiten:

- caracterizar los distintos niveles de aprendizaje en los que se encuentran los estudiantes de un curso.
- reconocer de qué manera deben continuar progresando los aprendizajes de los grupos de estudiantes que se encuentran en estos distintos niveles.

Apoyan el trabajo didáctico en el aula

Textos escolares. Desarrollan los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios para apoyar el trabajo de los alumnos en el aula y fuera de ella, y les entregan explicaciones y actividades para favorecer su aprendizaje y su autoevaluación.

Los docentes pueden enriquecer la implementación del currículum haciendo también uso de los recursos entregados por el Mineduc a través de:

- Los **Centros de Recursos para el Aprendizaje (CRA)** y los materiales impresos, audiovisuales, digitales y concretos entregados a través de éstos.
- El **Programa Enlaces**, y las herramientas tecnológicas que éste ha puesto a disposición de los establecimientos.

¹³ En la página web del Ministerio de Educación se encuentra disponible el documento “Orientaciones para el uso de los Mapas de Progreso del Aprendizaje” y otros materiales que buscan apoyar el trabajo con los mapas (<http://www.curriculum-mineduc.cl/ayuda/documentos/>).

¹⁴ En una página describen en 7 niveles el crecimiento típico del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector a lo largo de los 12 años de escolaridad obligatoria. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de Segundo Básico; el nivel 2 corresponde al término de Cuarto Básico, y así sucesivamente. El nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar de la Educación Media es “sobresaliente”, es decir, va más allá de la expectativa para Cuarto Medio, que describe el nivel 6 en cada mapa.

ANEXO 2: Planificación y evaluación: Orientaciones específicas

1. Planificación

Planificación anual, por unidad y plan de clase

Se sugiere que la forma de plantear la planificación arriba propuesta sea utilizada tanto en la planificación anual como en la correspondiente a cada unidad y al plan de cada clase.

La planificación anual: En este proceso el docente debe distribuir los aprendizajes esperados a lo largo del año escolar considerando su organización por unidades, estimar el tiempo que se requerirá para cada unidad, y priorizar las acciones que conducirán a logros académicos significativos

Para esto el docente debe:

Realizar este proceso considerando una visión realista de los tiempos disponibles durante el año

- Lograr una visión sintética del conjunto de aprendizajes a lograr durante el año, dimensionando el tipo de cambio que se debe observar en los estudiantes. Esto debe desarrollarse a partir de los aprendizajes esperados especificados en los programas. Adicionalmente, los mapas de progreso pueden resultar un apoyo importante.
- Identificar, en términos generales, el tipo de evaluación que se requerirá para verificar el logro de los aprendizajes. Esto permitirá desarrollar una idea de las demandas y requerimientos a considerar para cada unidad.
- Sobre la base de esta visión, asignar los tiempos a destinar a cada unidad. Para procurar que esta distribución resulte lo más realista posible se recomienda realizar lo siguiente:
 - Listar días del año, número y horas de clase por semana para estimar el tiempo.
 - Hacer una calendarización tentativa de todo el año de los aprendizajes esperados incluyendo los feriados, y considerando los días de prueba, de repaso, así como la realización de evaluaciones formativas y retroalimentación.
 - Hacer una planificación gruesa de las actividades a partir de la calendarización.
 - Ajustar permanentemente la calendarización o las actividades planeadas (ver ejemplo en tabla adjunta).

La planificación de la unidad: Implica la toma de decisiones más precisas sobre qué enseñar y cómo enseñar, considerando la necesidad de ajustarlas a los tiempos asignados a la unidad.

La planificación de la unidad debiera seguir los siguientes pasos:

Realizar este proceso sin perder de vista la meta de aprendizaje de la unidad

- Especificar la meta de la unidad. Al igual que la planificación anual, esta visión debe sustentarse en los aprendizajes esperados de la unidad, y se recomienda complementarla con los mapas de progreso.
- Crear una evaluación sumativa para la unidad
- Calendarizar los aprendizajes esperados por semana
- Crear una herramienta de diagnóstico de comienzos de la unidad
- Establecer el tipo de actividades de enseñanza que se desarrollarán
- Crear un sistema de seguimiento de los aprendizajes esperados, especificando los tiempos y las herramientas para realizar evaluaciones formativas y realizar retroalimentación.
- Ajustar el plan continuamente ante los requerimientos de los estudiantes.

La planificación de una clase: Es imprescindible que cada clase sea diseñada considerando que todas sus partes estén alineadas con el o los aprendizajes esperados que se busca promover y con la evaluación que se utilizará.

Procurar que los estudiantes sepan qué y por qué van a aprender, y qué aprendieron y de qué manera

Adicionalmente, se recomienda que en cada clase sea diseñada distinguiendo su inicio, desarrollo y cierre, especificando claramente qué elementos se considerarán en cada una de estas partes. Para cada uno de estos momentos de la clase resulta necesario considerar aspectos como los siguientes:

Inicio: En esta fase se debe procurar que los estudiantes conozcan el propósito de la clase, es decir, qué se espera que aprendan. A la vez se debe buscar captar el interés de los estudiantes, y que visualicen cómo esto se relaciona la clase con lo que ya saben y con las clases anteriores.

Desarrollo: En esta etapa el docente lleva a cabo la actividad contemplada para la clase.

Cierre: Esta etapa puede ser breve (5 a 10 minutos), pero es central. En ella se debe procurar que los estudiantes logren formar una visión sobre qué aprendieron, así como sobre la utilidad de las estrategias y experiencias desarrolladas para efectos de promover su aprendizaje.

Ejemplo de una calendarización Anual de Matemática 5º año Básico

Marz		May o	Julio		
M 2	Presentación del curso.	M 3	gráficos de barras múltiples.	V 1	Evaluación expresiones algebraicas.
Mie 3	Diagnóstico	Mi 4	Escalas y variables.	M 5	Revisión de la evaluación.
J 4	Lectura de números de más de 6 cifras.	J 5	Construcción de gráficos de línea	Mi 6	Repaso de los temas tratados.
V 5	Escritura de números de más de 6 cifras.	V 6	Construcción de gráficos de barras múltiples	J 7	Repaso de los temas tratados.
M 8	Posición de los dígitos	M 10	Gráficos de líneas o barras múltiples.	V 8	Prueba global.
Mie 9	Números naturales.	Mi 11	gráficos de líneas o barras múltiples usando herramientas tecnológicas.	11 a 24	Revisión de la prueba global.
J 10	Números naturales.	J 12	Variables en contexto.	M 26	de fracciones propias, impropias y números mixtos.
V 11	Estimar	V 13	Predicción gráficos de barras y de líneas del comportamiento de variables.	Mi27	Lectura y escritura de decimales positivos.
M 15	Múltiplos.	M 17	Evaluación de la materia tratada referente a datos.	J 28	fracciones propias o impropias y números mixtos en magnitudes.
Mie 16	MCM.	V 18	Revisión de la evaluación.	V 29	Fraccionamientos a nivel concreto y gráfico.
J 17	Divisores.	M 19	Descripción de situaciones de incerteza.	Agosto	Ejemplos números decimales.

Mi14	Estimación de áreas de superficies planas				
J 15	estrategias para estimar áreas y formas de rectángulos .				
V 16	Calculo de áreas de figuras planas.				
M 13	Áreas de triángulos rectángulos.				
V 16	Ejercitación de áreas rectángulos y triángulos rectángulos.				
M 20	Evaluación acerca de cálculos de áreas en rectángulos y triángulos rectángulos.				
Mi21	Revisión de la evaluación.				
J 22	Estrategias Cálculo áreas en paralelogramos.				
V 23	Calculo áreas paralelogramos.,.				
M 27	Ejercitación acerca de áreas en paralelogramos.				
Mi2	Ejercicios y revisión áreas en paralelogramos.				

Mi10	Repaso de los temas vistos en geometría.				
J 11	Ejercicios adicionales acerca de áreas.				
V 12	Repaso números naturales, fraccionarios y decimales.				
M 15	Repaso				
Mi 16	Repaso				
J 17	Repaso				
V 18	Repaso acerca e temas referentes a datos.				
M 15	Repaso acerca e temas referentes a datos.				
Mi 16	Repaso datos.				
J 17	Repaso probabilidades.				
V 18	Repaso probabilidades.				

V 18	MCD.	
M 22	Determinar reglas de divisibilidad.	
Mie 23	factores, divisores y múltiplos. Conjeturas	
J 24	Verificar conjeturas	
V 25	Dividir Relación .	
M 29	Evaluación	
Mie 30	Revisión de la evaluación	
J 31	Problemas de divisiones.	
Abril		
V 1	Estimación resolución de un problema.	
M 5	Composición y descomposición suma y resta	
Mie 6	sumar y restar mentalmente	
J 7	Calculo mental de adiciones y sustracciones múltiplos de 100 mil millón y aplicación en la resolución de problemas.	
V 8	Composición y descomposición aditiva de factores para multiplicar números.	

V 20	Justificación de la probabilidad de ocurrencia de eventos	
M 24	Comparación y descripción de eventos	
Mi2 5	Ejemplos probabilidad segura, posible, probable o imposible.	
J 26	Repaso a probabilidades.	
V 27	Repaso probabilidades.	
M 31	Trabajo a probabilidades. Computador	
Juni o		
Mi 1	Actividad grupal acerca de probabilidades de eventos.	
J 2		
V 3	Evaluación probabilidad.	
M 7	Revisión de la evaluación.	
Mi 8	Introducción al álgebra.	
J 9	números de expresiones algebraicas.	
V 10	Ejercitación algebraicas y ejercicios propuestos.	

M 2	fracciones y decimales.	
Mi 3	Fracciones en números decimales.	
J 4	decimales finitos positivos a fracciones.	
V 5	Comparar fracciones positivas y decimales positivos.	
M 9	Orden de fracciones positivas.	
Mi 10	Orden en los decimales positivos.	
J 11	Resolución de problemas fracciones y decimales.	
V 12	Estimación de cantidades o medidas.	
M 16	Resolución de problemas con estimaciones.	
Mi 17	números naturales, fracciones y decimales en la recta numérica.	
J 18	fracciones equivalentes	
V 19	Justificación de resultados en función del contexto del problema.	
M 23	Adición y sustracciones de fracciones simplificando fracciones.	
Mi24	Adición y sustracción de fracciones mediante factorización prima.	

J 29	estrategias calculo áreas de triángulos acutángulos.	
V 30	estrategias cálculo de las áreas.	
Oct	Revisión estrategias	
M 4	Ejercicios triángulos acutángulos.	
Mi5	Evaluación triángulos acutángulos.	
J 6	Revisión de la evaluación.	
V 7	triángulo obtusángulo.	
M 11	Trabajo áreas de triángulos obtusángulos.	
Mi1 2	Trabajo calcular áreas de triángulos obtusángulos.	
J 13	Revisión de las estrategias formuladas.	
V 14	Justificación de resultados en l problema.	
M 18	Trabajo grupal áreas en triángulos obtusángulos.	
Mi1 9	Revisión del trabajo.	
J 20	Concepto de variación.	

M 22	Repaso probabilidades.	
Mi 23	Repaso álgebra.	
J 24	Repaso álgebra.	
V 25	Repaso álgebra.	
M 29	Resolución de ejercicios prueba de síntesis.	
Mi 30	Ejercicios para la prueba de síntesis.	
Dic		
J 1	ejercicios para la prueba de síntesis.	
V 2	Prueba de síntesis.	
M 6	Revisión prueba de síntesis.	
Mi 7		
J 8	Feriado	
V 9		
M 13		

M 12	cálculo mental en que se reemplaza un factor por un cociente equivalente.	M 14	Revisión de los ejercicios propuestos.	J 25	Calculo de adiciones y sustracciones con decimales , propiedades de la adición de números naturales.	V 21	Conjeturas . área de paralelogramos. al variar la medida de lados.	Mi 14	
Mie 13	Calculo mental multiplicaciones y divisiones múltiplos de 100 mil y de un millón resolución de problemas.	Mi 15	Identificación de propiedades en lenguaje simbólico.	V 26	Resolución de problemas adición y sustracción con fracciones positivas.	M 25	Formulación de conjeturas relativas variaciones del área de paralelogramos al variar la medida de lados.	J 15	
J 14	Orden en números naturales de más de 6 cifras.	J 16	Ejercitación acerca de las propiedades identificadas.	M30	Resolución de problemas adición y sustracción con decimales positivos.	Mi2 6	Trabajo verificación de conjeturas formuladas.	V 16	Cierre del año
V 15	Calculo escrito de multiplicaciones y divisiones números naturales de más de 6 cifras.	V 17	Control acerca de valorización de expresiones algebraicas.	Mi31	Estimaciones de resultados de operaciones.	J 27	área de un rombo o romboide al variar las medidas de sus diagonales.		
M 19	Cálculos utilizando la calculadora.	M 21	Revisión del control.	Sept		V 28	área de un rombo o romboide al variar las medidas de sus diagonales.		
Mie 20	Evaluación acerca de las materias tratadas.	Mi 22	factores numéricos y literales en expresiones algebraicas.	J 1	Justificación de resultados en problema.	Nov			
J 21	Revisión de la evaluación.	J 23	Escritura, propiedades de las operaciones de los números naturales.	V 2	Evaluación de fracciones y decimales positivos.	M 1	Feriado		
V 22	Semana Santa	V 24	Conjeturas respecto a la inclusión del cero como factor o divisor.	M 6	Revisión de la evaluación	Mi2	Conjeturas área de triángulos acutángulos y obtusángulos.		
M 26	Recapitulación de los contenidos tratados.	M 28	Propiedades adición y multiplicación	Mi 7	Introducción a la unidad de geometría	J 3	Conjeturas variación del área de triángulos acutángulos y obtusángulos.		
Mie 27	Lectura e interpretación de información a partir de datos organizados en gráficos de línea.	Mi 29	Equivalencia en la escritura de expresiones.	J 8	Repaso acerca de temas referentes a áreas tratados en cuarto básico.	V 4	Verificación de las conjeturas formuladas.		
J 28	Lectura e interpretación gráficos de barras múltiples.	J 30	equivalencia de expresiones algebraicas.	V 9	Unidades de medidas de áreas.	M 8	Evaluación acerca de variaciones de áreas.		
V 29	Comparación n gráficos de línea.			M 13	Repaso álgebra	Mi9	Revisión de la evaluación.		

(* Ejemplo válido para todos los niveles, las fechas son referenciales)

2. Evaluación

¿Cómo diseñar la evaluación?

La evaluación debe diseñarse a partir de los aprendizajes esperados, con el objeto de observar el grado en que éstos son logrados. Para lograr esto se recomienda diseñar la evaluación junto a la planificación y considerar al desarrollarla las siguientes preguntas:

Partir estableciendo los aprendizajes esperados a evaluar ...

- ¿Cuáles son los aprendizajes esperados del programa que abarcará la evaluación? (Si debe priorizar piense en aquellos aprendizajes que serán duraderos y prerrequisitos para desarrollar otros aprendizajes. Para esto los mapas de progreso pueden ser de especial utilidad).
- ¿Qué evidencia necesitaría que sus estudiantes exhiban para demostrar que dominan los aprendizajes esperados? (Para esto se recomienda utilizar como apoyo los indicadores de logro que presenta el programa).

... y luego decidir qué se requiere para su evaluación en términos de evidencias, métodos, preguntas y criterios

- ¿Qué método empleará para evaluar? Es recomendable utilizar instrumentos y estrategias de diverso tipo (ej., pruebas escritas, guías de trabajo, informes, ensayos, entrevistas, debates, mapas conceptuales, informes de laboratorio, investigaciones).

En lo posible presentar situaciones que pueden ser resueltas de distintas maneras y con diferente grado de complejidad, para que los diversos estudiantes puedan resolverlas evidenciando sus distintos niveles y estilos de aprendizaje.

- ¿Qué preguntas incluirá en su evaluación? Debe formular preguntas rigurosas y alineadas con los aprendizajes esperados y que permitan demostrar la real comprensión del contenido evaluado.
- ¿Cuáles son los criterios de éxito ¿ Cuáles son las características de una respuesta de alta calidad?

Esto se puede responder utilizando distintas estrategias, como por ejemplo:

- Comparar las respuestas de sus estudiantes con las mejores respuestas de otros alumnos de edad similar. Para esto se pueden utilizar los ejemplos presentados en los mapas de progreso.
- Identificar respuestas de evaluaciones previamente realizadas que expresen el nivel de desempeño esperado, y utilizarlas como modelo para otras evaluaciones realizadas en torno al mismo aprendizaje.
- Desarrollar rúbricas que indiquen los resultados explícitos para un desempeño específico y muestra los diferentes niveles de calidad para dicho desempeño.

Anexo 3: Objetivos Fundamentales por Semestre y Unidad

Objetivo Fundamental	Semestre 1		Semestre 2	
	Unidades:		Unidades:	
	1	2	3	4
1. Comprender que los números enteros constituyen un conjunto numérico en el que es posible resolver problemas que no tienen solución en los números naturales.	x			
2. Establecer relaciones de orden entre números enteros, reconocer algunas de sus propiedades, y efectuar e interpretar adiciones y sustracciones con estos números y aplicarlas en diversas situaciones.	x			
3. Emplear proporciones para representar y resolver situaciones de variación proporcional en diversos contextos.	x			
4. Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo y potencias de 10 con exponente entero, conjeturar y verificar algunas de sus propiedades, utilizando multiplicaciones y divisiones y aplicarlas en situaciones diversas.			x	
5. Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo, calcular o estimar su valor y establecer su relación con las potencias de exponente dos.			x	
6. Resolver problemas en diversos contextos que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros ¹⁵ , fracciones o decimales positivos, identificando términos semejantes y estrategias para su reducción.	x			
7. Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y ángulos, caracterizar sus elementos lineales y comprobar que algunas de sus propiedades son válidas para casos particulares, en forma manual y usando procesadores geométricos.		x		
8. Comprender el teorema de Pitágoras y aplicarlo en situaciones concretas.			x	
9. Utilización de estrategias para la obtención del volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente y formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos y al volumen de dichos cuerpos al variar uno o más de sus elementos lineales.			x	
10. Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos, y seleccionar formas de organización y representación de acuerdo a la información que se quiere analizar.				x
11. Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.				x
12. Predecir acerca de la probabilidad de ocurrencia de un evento a partir de resultados de experimentos aleatorios simples.				x
13. Emplear formas simples de modelamiento matemático, aplicar las habilidades propias del proceso de resolución de problemas en contextos diversos y significativos, utilizando los contenidos del nivel, y analizar la validez de los procedimientos utilizados y de los resultados obtenidos fomentando el interés y la capacidad de conocer la realidad.	x	x	x	x

¹⁵ Es importante que las ecuaciones involucradas tengan procesos de resolución que no contemplen la multiplicación y división de enteros negativos, ya que estas operaciones no corresponden a este nivel.

ANEXO 4: Contenidos Mínimos Obligatorios por semestre y unidad

Contenidos Mínimos Obligatorios	Semestre 1		Semestre 2	
	Unidades:		Unidades:	
	1	2	3	4
NÚMEROS:				
1. Identificación de situaciones que muestran la necesidad de ampliar el conjunto de los números naturales al conjunto de los números enteros y caracterización de éstos últimos.	x			
2. Interpretación de las operaciones de adición y sustracción en el ámbito de los números enteros, empleo de procedimientos de cálculo de dichas operaciones, argumentación en torno al uso del neutro e inverso aditivo y su aplicación en la resolución de problemas.	x			
3. Representación de números enteros en la recta numérica y determinación de relaciones de orden entre ellos considerando comparaciones de enteros negativos entre sí y de enteros positivos y negativos, utilizando la simbología correspondiente.	x			
4. Interpretación de potencias que tienen como base un número natural, una fracción positiva o un número decimal positivo y como exponente un número natural, establecimiento y aplicación en situaciones diversas de procedimientos de cálculo de multiplicación de potencias de igual base o igual exponente, formulación y verificación de conjeturas relativas a propiedades de las potencias utilizando multiplicaciones y divisiones.			x	
5. Caracterización de la raíz cuadrada de un número entero positivo en relación con potencias de exponente 2, y empleo de procedimientos de cálculo mental de raíces cuadradas en casos simples o de cálculo utilizando herramientas tecnológicas, en situaciones que impliquen la resolución de problemas.			x	
6. Interpretación de una proporción como una igualdad entre dos razones cuando las magnitudes involucradas varían en forma proporcional, y su aplicación en diversas situaciones, por ejemplo, en el cálculo de porcentajes.	x			
7. Elaboración de estrategias de cálculo mental y escrito que impliquen el uso de potencias de 10 con exponente entero y su aplicación para representar números decimales finitos como un producto de un número natural por una potencia de 10 de exponente entero.			x	
8. Resolución de problemas en contextos diversos y significativos en los que se utilizan adiciones y sustracciones con números enteros, proporciones, potencias y raíces como las estudiadas, enfatizando en aspectos relativos al análisis de las estrategias de resolución, la evaluación de la validez de dichas estrategias en relación con la pregunta, los datos y el contexto del problema.	x		x	
ÁLGEBRA:				
9. Caracterización de expresiones semejantes, reconocimiento de ellas en distintos contextos y establecimiento de estrategias para reducirlas considerando la eliminación de paréntesis y las propiedades de las operaciones.	x			
10. Traducción de expresiones en lenguaje natural a lenguaje simbólico y viceversa.	x			
11. Resolución de problemas que impliquen el planteamiento de una ecuación de primer grado con una incógnita, interpretación de la ecuación como la representación matemática del problema y de la solución en términos del contexto.	x			

GEOMETRÍA:				
12. Transporte de segmentos y ángulos, construcción de ángulos y bisectrices de ángulos, construcción de rectas paralelas y perpendiculares, mediante regla y compás o un procesador geométrico.		x		
13. Análisis y discusión de las condiciones necesarias para construir un triángulo a partir de las medidas de sus lados y de sus ángulos. Determinación del punto de intersección de las alturas, transversales de gravedad, bisectrices y simetrales ¹⁶ en un triángulo, mediante construcciones con regla y compás o un procesador geométrico.		x		
14. Verificación, en casos particulares, en forma manual o mediante el uso de un procesador geométrico del teorema de Pitágoras, del teorema recíproco de Pitágoras y su aplicación en contextos diversos.			x	
15. Establecimiento de estrategias para la obtención del volumen de prismas rectos de base rectangular o triangular y de pirámides, cálculo del volumen en dichos cuerpos expresando el resultado en milímetros, centímetros y metro cúbicos y aplicación a situaciones significativas.			x	
16. Formulación de conjeturas relativas a los cambios en el perímetro de polígonos y volumen de cuerpos geométricos, al variar la medida de uno o más de sus elementos lineales, y verificación, en casos particulares, mediante el uso de un procesador geométrico.			x	
DATOS Y AZAR:				
17. Análisis de ejemplos de diferentes tipos de tablas y gráficos, argumentando en cada caso acerca de sus ventajas y desventajas en relación con las variables representadas, la relación de dependencia entre estas variables, la información a comunicar y el tipo de datos involucrado.				x
18. Establecimiento y aplicación de criterios para la selección del tipo de tablas o gráficos a emplear para organizar y comunicar información, obtenida desde diversas fuentes, y construcción de dichas representaciones mediante herramientas tecnológicas.				x
19. Caracterización de la representatividad de una muestra, a partir del tamaño y los criterios en que ésta ha sido seleccionada desde una población. Discusión acerca de cómo la forma de escoger una muestra afecta las conclusiones relativas a la población.				x
20. Discusión acerca de la manera en que la naturaleza de la muestra, el método de selección, y el tamaño de ella, afectan los datos recolectados y las conclusiones relativas a una población.				x
21. Predicción respecto a la probabilidad de ocurrencia de un evento en un experimento aleatorio simple y contrastación de ellas mediante el cálculo de la frecuencia relativa asociada a dicho evento e interpretación de dicha frecuencia a partir de sus formatos decimal, como fracción y porcentual.				x

¹⁶ También conocidas como mediatrices

ANEXO 5: Relación entre Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)

Semestre 1:

Aprendizajes Esperados	OF	CMO
Unidad 1: Números y álgebra		
1. Identificar problemas que no admiten solución en los números naturales y que pueden ser resueltos en los números enteros.	1	1
2. Establecer relaciones de orden entre números enteros y ubicarlos en la recta numérica.	2	3
3. Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones.	2	2
4. Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos.	2	2
5. Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones.	3	6
6. Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos.	6	10-11
7. Establecer estrategias para reducir términos semejantes.	6	9
8. Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.	6 - 13	2 - 6 - 8 -11
Unidad 2: Geometría		
1. Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos usando regla y compás o procesadores geométricos.	7	12
2. Comprobar propiedades de alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de triángulos utilizando regla y compás o procesadores geométricos.	7	13
3. Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando regla y compás o procesadores geométricos.	7	13
4. Construir ángulos utilizando regla y compás o un procesador geométrico.	7	12

Semestre 2

Aprendizajes Esperados	OF	CMO
Unidad 3: Números y Geometría		
1.- Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo.	4	4
2.- Interpretar potencias de base 10 y exponente entero.	4	7
3.- Conjeturar y verificar algunas propiedades ¹⁷ de las potencias de base y exponente natural.	4	4
4.- Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base y exponente natural.	4	4
5.- Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base 10 y exponente entero.	4	7
6.- Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo.	5	5
7.- Determinar y estimar el valor de raíces cuadradas.	5	5
8.- Comprender el Teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.	8	14
9.- Utilizar estrategias para obtener el volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, y expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente.	9	15
10.- Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos al variar uno o más de sus elementos lineales.	9	16
11.- Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el volumen de prismas rectos y pirámides al variar uno o más de sus elementos lineales.	9	16
12.- Resolver problemas en contextos diversos: a. Aplicando propiedades de las potencias de base y exponente natural, y las potencias de base 10 y exponente entero. b. Utilizando el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.	4 - 8 - 13	4 - 7 - 8 - 14
Unidad 4: Datos y Azar		
1. Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos.	10	17
2. Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar.	10	17-18
3. Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.	11	19
4. Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.	12	21

¹⁷ Se refiere, por ejemplo, a las propiedades de multiplicación y división de potencias de igual base, multiplicación de potencias de igual exponente, potencia de una potencia. Solo para el caso de base 10 se trabaja el exponente entero.