



**MATEMÁTICA**

**Programa de Estudio**

**Sexto Año Básico**

**Propuesta presentada a revisión del  
Consejo Nacional de Educación**

*Texto por incluir  
(Carta del Ministro)*

Documento borrador

## INDICE

<b>Presentación</b>	4
<b>Nociones básicas</b>	5
-Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes	5
-Objetivos Fundamentales Transversales	8
-Mapas de Progreso	9
<b>Consideraciones generales para implementar el programa</b>	11
-Uso del lenguaje	11
-Uso de las Tecnologías de Información y Comunicación	12
-Atención a la diversidad	12
<b>Orientaciones para planificar y evaluar</b>	14
-Orientaciones para planificar	14
-Orientaciones para la evaluación	16
<b>Matemática: Propósitos, habilidades y orientaciones didácticas</b>	18
<b>Visión global del año</b>	22
- Cuadro sinóptico de aprendizajes esperados	22
<b>Unidades</b>	
- Semestre 1	24
- Unidad 1. Números y Álgebra	25
- Unidad 2. Números y Álgebra II	45
-Semestre 2	56
- Unidad 3. Geometría	57
- Unidad 4. Datos y Azar	66
<b>Material de apoyo sugerido</b>	78
<b>Anexos:</b>	
-Anexo 1: Uso flexible de otros instrumentos curriculares	81
-Anexo 2: Planificación y evaluación: Orientaciones específicas	82
-Anexo 3: Objetivos Fundamentales por Semestre y Unidad.	88
-Anexo 4: Contenidos Mínimos Obligatorios por semestre y unidad	89
-Anexo 5: Relación entre Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)	91

## PRESENTACIÓN

*El programa como propuesta para lograr los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos*

El programa de estudio ofrece una propuesta para organizar y orientar el trabajo pedagógico del año escolar. Esta propuesta tiene como propósito promover el logro de los Objetivos Fundamentales (OF) y el desarrollo los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) que define el marco curricular<sup>1</sup>.

La ley establece que cada establecimiento puede elaborar sus propios programas de estudio, previa aprobación de los mismos por parte del Mineduc. El presente programa constituye una propuesta para aquellos establecimientos que no cuentan con programas propios.

Los principales componentes que conforman la propuesta del programa son:

- Una especificación de los aprendizajes que se deben lograr para alcanzar los OF y CMO del marco curricular, lo que se expresa a través de los *aprendizajes esperados*<sup>2</sup>.
- Una organización temporal de estos aprendizajes en semestres y unidades
- Una propuesta de actividades de aprendizaje y de evaluación, presentadas a modo de sugerencia.

De manera adicional a estos componentes, se presenta un conjunto de elementos que se entregan con la finalidad de orientar el trabajo pedagógico realizado a partir del programa y promover el logro de los objetivos que éste propone.

La totalidad de los elementos que componen el programa se organizan de la siguiente manera:

- *Nociones básicas.* Esta sección presenta conceptos fundamentales que están a la base del Marco Curricular, y a la vez una visión general sobre la función de los mapas de progreso.
- *Consideraciones generales para implementar el programa.* Consisten en orientaciones relevantes para trabajar con el programa y organizar el trabajo en torno al mismo.
- *Orientaciones para planificar y evaluar.* Entregan sugerencias generales para poner estos procesos al servicio del logro de los aprendizajes definidos en el programa.
- *Propósitos, habilidades y orientaciones didácticas.* Esta sección presenta sintéticamente los propósitos y sentidos sobre los que se articulan los aprendizajes del sector y las habilidades a desarrollar. También entrega algunas orientaciones pedagógicas relevantes para implementar el programa en el sector.
- *Visión global del año.* Presenta la totalidad de aprendizajes esperados a desarrollar durante el año, organizados de acuerdo a unidades.
- *Unidades.* Junto con especificar los aprendizajes esperados propios a la unidad, incluyen indicadores de evaluación y sugerencias de actividades que apoyan y orientan el trabajo destinado a promover estos aprendizajes.
- *Instrumentos y ejemplos de evaluación.* Ilustran formas de apreciar el logro de los aprendizajes esperados, y presentan estrategias diversas que pueden ser utilizadas para este fin.
- *Material de apoyo sugerido.* Se trata de recursos bibliográficos y electrónicos que pueden ser utilizados para promover los aprendizajes del sector, distinguiendo aquéllos para ser consultados por el docente de los que pueden ser utilizados por los estudiantes.

<sup>1</sup> Decretos supremos 254 y 256 de 2009.

<sup>2</sup> Algunos casos estos aprendizajes están formulados en los mismos términos que algunos de los OF del marco curricular. Esto ocurre cuando dicho OF puede ser desarrollado de manera íntegra en una misma unidad de tiempo, sin que sea necesario su desglose en definiciones más específicas.

## NOCIONES BÁSICAS

### 1. Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes

*Habilidades, conocimientos y actitudes...*

Los aprendizajes que promueve el marco curricular y los programas de estudio apuntan a un desarrollo integral de los estudiantes. Para estos efectos, estos aprendizajes involucran tanto al desarrollo de conocimientos propios de la disciplina, como habilidades y actitudes.

*...movilizados para enfrentar diversas situaciones y desafíos...*

Se busca que los estudiantes pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto del sector de aprendizaje, como al desenvolverse en su entorno. Esto supone una orientación hacia el logro de competencias, entendidas como la movilización de conocimientos, habilidades y actitudes para desarrollar de manera efectiva una acción determinada.

*...y que se desarrollan de manera integrada.*

Se trata de una noción de aprendizaje en la que estas habilidades, conocimientos y actitudes se desarrollan de manera integrada, enriqueciéndose y potenciándose de manera recíproca.

*Requieren ser promovidas de manera sistemática*

Las habilidades, conocimientos y actitudes no se adquieren espontáneamente a través del estudio de las disciplinas. Requieren ser promovidas de manera metódica y estar explícitas en los propósitos que articulan el trabajo de los docentes.

#### **Habilidades**

*Son importantes porque...*

*Son fundamentales en el actual contexto social*

... el aprendizaje involucra no sólo el saber, sino también el saber hacer. Por otra parte, la continua expansión y complejización del conocimiento demanda crecientemente capacidades de pensamiento que permitan, entre otras cosas, utilizar el conocimiento de manera apropiada y rigurosa; adquirir nuevos conocimientos; examinar críticamente la diversidad de fuentes de información disponibles; y generar nuevos conocimientos e información.

Esta situación hace relevante la promoción de diversas habilidades, como por ejemplo: resolver problemas, formular conjeturas, realizar cálculos en forma mental y escrita y verificar proposiciones simples, entre otras.

*Se deben desarrollar de manera integrada porque...*

*Permiten poner en juego los conocimientos*

... sin el desarrollo de habilidades, los conocimientos y conceptos que puedan adquirir los alumnos resultan elementos inertes, es decir, elementos que no pueden ser

puestos en juego para comprender y enfrentar las diversas situaciones a las que se ven enfrentados.

### **Conocimientos**

*Son importantes porque...*

*Enriquecen la comprensión y la relación con el entorno*

... los conceptos de las disciplinas o sectores de aprendizaje enriquecen la comprensión de los estudiantes sobre los fenómenos a los que se ven enfrentados. Les permiten relacionarse con el entorno utilizando nociones de una complejidad y profundidad que complementan de una manera crucial el saber obtenido desde el sentido común y de la experiencia cotidiana. Adicionalmente, estos conceptos son fundamentales para la construcción de nuevos aprendizajes por parte de los estudiantes.

Por ejemplo, si se observa una información en un diario que contenga datos representados en tablas o gráficos, el estudiante utiliza sus conocimientos sobre estadística para interpretar a esa información. Los conocimientos previos le capacita para predecir sobre lo que va a leer para luego verificar sus predicciones en la medida que entiende la información y así construir este nuevo conocimiento.

*Se deben desarrollar de manera integrada porque...*

*Son una base para el desarrollo de habilidades*

... son una condición para el desarrollo de las habilidades. Las habilidades no se desarrollan en un vacío, sino sobre la base de ciertos conceptos o conocimientos determinados.

### **Actitudes**

*Son importantes porque...*

*Están involucradas en los propósitos formativos de la educación*

... los aprendizajes no son elementos que involucren únicamente la dimensión cognitiva. Siempre están asociados con las actitudes y disposiciones de los estudiantes. Dentro de los propósitos establecidos para la educación se contempla el desarrollo en los ámbitos personal, social, ético y ciudadano. Estos involucran aspectos de carácter afectivo, y a la vez el desarrollo de ciertas disposiciones.

A modo de ejemplo, los aprendizajes involucran actitudes tales como perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos, trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos y respeto por ideas distintas a las propias.

*Se deben desarrollar de manera integrada porque...*

*Son enriquecidas por los conocimientos y habilidades*

... en muchos casos requieren de los conocimientos y habilidades para su desarrollo. Estos conocimientos y habilidades entregan herramientas necesarias para elaborar juicios informados, analizar críticamente diversas circunstancias, y para contrastar criterios y decisiones, entre otros procesos involucrados en el desarrollo de actitudes.

*Orientan la forma de  
usar los  
conocimientos y  
habilidades*

A la vez, las actitudes orientan el sentido y el uso que cada alumno otorgue a los conocimientos y habilidades adquiridas. Son por lo tanto un antecedente necesario para hacer un uso constructivo de estos elementos.

Documento borrador

## 2. Objetivos Fundamentales Transversales (OFT)

*Son propósitos generales definidos en el currículum...*

Son aprendizajes que tienen un carácter comprensivo y general, y que apuntan al desarrollo personal, ético, social e intelectual de los estudiantes. Forman parte constitutiva del currículum nacional, y por lo tanto los establecimientos deben hacerse cargo de promover su logro.

*... que deben ser promovidos en la totalidad de la experiencia escolar.*

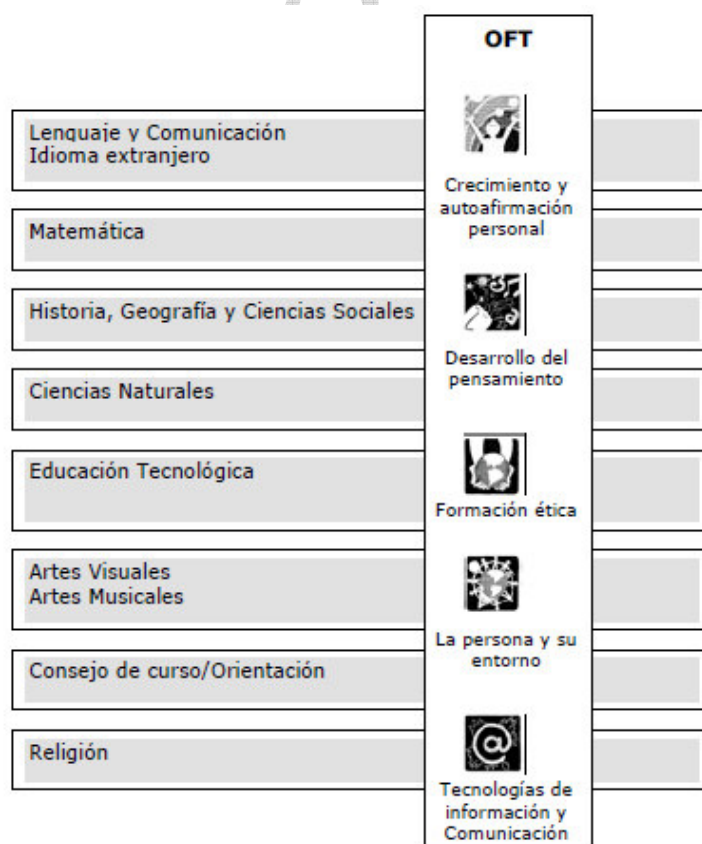
Los OFT no se desarrollan a través de un sector de aprendizaje en particular, sino que dependen del conjunto del currículum. Tienen lugar tanto a través de las diversas disciplinas del currículum, como de las diversas dimensiones del quehacer educativo (por ejemplo, a través del proyecto educativo institucional, la práctica docente, el clima organizacional, la disciplina o las ceremonias escolares).

*Integran conocimientos, habilidades y actitudes*

No se trata de objetivos que involucran únicamente actitudes y valores. Supone la integración de estos elementos con el desarrollo de conocimientos y habilidades.

*Se organizan en una matriz común para educación básica y media.*

A partir de la actualización al marco curricular realizada el año 2009, estos objetivos están organizados bajo un esquema común para la Educación Básica y la Educación Media. De acuerdo a este esquema, los Objetivos Fundamentales Transversales se Organizan en 5 ámbitos: crecimiento y autoafirmación personal, desarrollo del pensamiento, formación ética, la persona y su entorno, y tecnologías de información y comunicación.





### 3. Mapas de progreso

*Describen  
sintéticamente  
cómo progresa el  
aprendizaje...*

Son descripciones generales que señalan de qué manera progresan típicamente los aprendizajes en las áreas clave de un sector determinado. Se trata de formulaciones sintéticas que se centran en los aspectos esenciales de cada sector. A partir de esto ofrecen una visión panorámica sobre el conjunto de la progresión del aprendizaje en los 12 años de escolaridad<sup>3</sup>.

*... de manera  
congruente con el  
marco curricular y  
los programas de  
estudio.*

Los mapas de progreso no establecen aprendizajes adicionales a los definidos en el marco curricular y los programas de estudios. La progresión que describen es una expresión más gruesa y sintética de los aprendizajes que estos dos instrumentos establecen, y que por lo tanto se inscribe dentro de lo que se plantea en ellos. Su particularidad consiste en la visión de conjunto que entregan sobre la progresión esperada a lo largo de toda la asignatura.

¿Qué utilidad tienen los mapas de progreso para el trabajo de los docentes?

*Sirven de apoyo  
para planificar y  
evaluar...*

Los mapas de progreso pueden ser un apoyo importante tanto para **definir objetivos adecuados** como para realizar el proceso de **evaluación** (ver orientaciones para la planificación y para la evaluación que se presentan en el programa).

Adicionalmente, los mapas de progreso son un referente útil para **atender a la diversidad** de estudiantes dentro del aula.

*... y para atender la  
diversidad al  
interior del curso.*

- Permiten dar un paso que va más allá de la simple constatación que existen distintos niveles de aprendizaje dentro de un mismo curso. Dan pie para caracterizar e identificar con mayor precisión en qué consisten estas diferencias, a partir de su uso para analizar los desempeños de los estudiantes.
- La progresión que describen permite reconocer en qué sentido orientar los aprendizajes de los distintos grupos que se manifiestan en un mismo curso, tanto de aquellos que no han logrado el nivel esperado para el curso, como para aquellos que ya lo han alcanzado o superado.

Expresan el progreso del aprendizaje en un área clave del sector de manera sintética y alineada al marco curricular

<sup>3</sup> Los mapas de progreso describen en 7 niveles el crecimiento típico del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel I corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de Segundo Básico; el nivel 2 corresponde al término de Cuarto Básico, y así sucesivamente. El nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar de la Educación Media es "sobresaliente", es decir, va más allá de la expectativa para Cuarto Medio, que describe el nivel 6 en cada mapa.

## Relación entre Mapas de progreso, Programa de estudio y Marco Curricular

### Marco Curricular

Prescribe los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos obligatorios que todos los estudiantes deben lograr.

*Ejemplo:*

*Objetivo Fundamental 6° Básico*

*Utilizar procedimientos de cálculo mental y escrito para efectuar multiplicaciones y divisiones de fracciones positivas y de números decimales positivos en el contexto de la resolución de problemas y el estudio de regularidades de estas operaciones.*

*Contenido Mínimo Obligatorio*

*Cálculo escrito, mental y aproximado de multiplicaciones y divisiones de fracciones positivas.*

### Programa de estudio

Orientan la labor pedagógica estableciendo Aprendizajes Esperados que dan cuenta de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos, y los organiza temporalmente a través de unidades.

*Ejemplo:*

*Aprendizaje Esperado 6° básico*

*Calcular en forma escrita y mental multiplicaciones y divisiones de fracciones.*

### Mapa de Progreso

Entregan una visión sintética del progreso del aprendizaje en un área clave del sector, y que se ajusta a las expectativas del marco curricular.

*Ejemplo:*

*Mapa de progreso de Números y Operaciones*

**Nivel 7**

*Comprende los diferentes conjuntos numéricos...*

**Nivel 6**

*Reconoce los números complejos cómo...*

**Nivel 5**

*Reconoce a los números racionales cómo...*

**Nivel 4**

*Reconoce a los números enteros cómo...*

**Nivel 3**

Reconoce que los números naturales se pueden expresar como producto de factores. Comprende el significado de potencias de base y exponente natural, y las aplica en situaciones diversas. Utiliza números decimales positivos y fracciones positivas para ordenar, comparar, estimar, medir y calcular. Comprende el significado de porcentaje y establece equivalencias entre estos y fracciones o números decimales, para calcular porcentajes. Comprende y realiza las cuatro operaciones con números positivos escritos tanto en forma decimal como fracción y en forma mental y escrita. Resuelve problemas y formula conjeturas en diversos contextos, que requieren reorganizar la información disponible. Argumenta sobre la validez de un procedimiento, estrategia o conjetura planteada.

**Nivel 2**

*Utiliza los números naturales hasta 1.000...*

**Nivel 1**

*Utiliza los números naturales hasta 1.000 para contar...*

*Integrados en la  
formulación del  
mapa de progreso*

## CONSIDERACIONES GENERALES PARA IMPLEMENTAR EL PROGRAMA

Las orientaciones que se presentan a continuación destacan algunos elementos relevantes al momento de implementar el programa. Algunas de estas orientaciones se vinculan estrechamente con algunos de los OFT contemplados en el currículum.

### 1. Uso del lenguaje

*La lectura, la escritura y la comunicación oral deben ser promovidas en los distintos sectores de aprendizaje*

Los docentes deben promover el ejercicio de la comunicación oral, de la lectura y la escritura como parte constitutiva del trabajo pedagógico correspondiente a cada sector de aprendizaje.

Esto se justifica porque las habilidades de comunicación son herramientas fundamentales que los estudiantes deben emplear para alcanzar los aprendizajes propios de cada sector. Se trata de habilidades que no se desarrollan únicamente en el contexto del sector Lenguaje y Comunicación, sino que se consolidan a través del ejercicio en diversos espacios y en torno a diversos temas, y por lo tanto, involucran los otros sectores de aprendizaje del currículum.

Al momento de recurrir a la lectura, la escritura y la comunicación oral, los docentes deben procurar:

Lectura:

- la lectura de distintos tipos de textos relevantes para el sector (textos informativos propios del sector, textos periodísticos, narrativos, tablas y gráficos);
- la lectura de textos de creciente complejidad en los que se utilicen conceptos especializados del sector;
- la identificación de las ideas principales y la localización de información relevante;
- la realización de resúmenes, síntesis de las ideas y argumentos presentados en los textos;
- la búsqueda de información en fuentes escritas, discriminándola y seleccionándola de acuerdo a su pertinencia ;
- la comprensión y dominio de nuevos conceptos y palabras.

*Se deben contemplar diversas consideraciones al promover estas habilidades*

Escritura:

- la escritura de textos de diversa extensión y complejidad (por ejemplo, reportes, ensayos, descripciones, respuestas breves);
- la organización y presentación de información a través de esquemas o tablas;
- la presentación de las ideas de una manera coherente y clara;
- el uso apropiado del vocabulario en los textos escritos;
- el uso correcto de la gramática y de la ortografía.

Comunicación oral:

- la capacidad de exponer ante otras personas;
- la expresión de ideas y conocimientos de manera organizada;
- el desarrollo de la argumentación al formular ideas y opiniones;
- un uso del lenguaje con niveles crecientes de precisión, incorporando los conceptos propios del sector;
- el planteamiento de preguntas para expresar dudas, inquietudes, y para superar dificultades de comprensión;
- la disposición para escuchar información de manera oral, manteniendo la atención durante el tiempo requerido;

- la interacción con otras personas para intercambiar ideas, analizar información y elaborar conexiones en relación a un tema en particular, compartir puntos de vista y desarrollar acuerdos.

## 2. Uso de las Tecnologías de Información y Comunicación (TICs)

*El uso de las TICs debe ser promovido a través de los sectores de aprendizaje*

El desarrollo de las capacidades para utilizar las tecnologías de la información y comunicación (TICs) está contemplado de manera explícita como uno de los Objetivos Fundamentales Transversales del marco curricular. Esto demanda que el dominio y uso de estas tecnologías se promueva de manera integrada al trabajo realizado al interior de los sectores de aprendizaje. Para esto se debe procurar que la labor de los estudiantes incluya el uso de las TICs para:

*Se puede recurrir a diversas formas de utilizar estas tecnologías.*

- buscar, acceder y recolectar información en páginas web u otras fuentes; y seleccionar esta información examinando críticamente su relevancia y calidad
- procesar y organizar datos utilizando plantillas de cálculo, y manipular la información sistematizada en éstas para identificar tendencias, regularidades y patrones relativos a los fenómenos estudiados en el sector
- desarrollar y presentar información a través del uso de procesadores de texto, plantillas de presentación (Power Point), así como herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video
- intercambiar información a través de las herramientas que ofrece Internet como el correo electrónico, Chat, espacios interactivos en sitios web, o comunidades virtuales
- respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TICs, como el cuidado personal y el respeto por el otro al utilizar estas herramientas, señalar las fuentes de donde se obtiene la información, y respetar las normas de uso y de seguridad de los espacios virtuales

## 3. Atención a la diversidad

*La diversidad entre estudiantes establece desafíos que deben ser tomados en consideración*

En el trabajo pedagógico, el docente debe tomar en cuenta la diversidad entre los estudiantes, ya sea en términos culturales, sociales, étnicos o religiosos; así como en términos de estilos de aprendizaje y de los niveles de conocimiento.

Esta diversidad trae consigo desafíos que requieren ser contemplados por los docentes. Entre estos cabe señalar:

- promover el respeto a cada uno de los estudiantes, en un contexto de tolerancia y apertura, evitando las distintas formas de discriminación
- procurar que los aprendizajes se desarrollen de una manera significativa en relación al contexto y la realidad de los estudiantes
- procurar que todos los estudiantes logren los objetivos de aprendizaje señalados en el currículum, pese a la diversidad que se manifiesta entre ellos

### *Atención a la diversidad y promoción de aprendizajes*

Se debe tener en cuenta que atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje no implica “expectativas más bajas” para algunos estudiantes. Por el contrario, la necesidad de educar en forma diferenciada aparece cuando nos damos cuenta que para que *todos* los alumnos alcancen altas expectativas, debemos reconocer sus necesidades didácticas personales. Aspiramos a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes dispuestos para su nivel o grado.

*Es necesario atender a la diversidad para que todos logren los aprendizajes.*

Se debe tener en cuenta que atender a la diversidad no implica “expectativas más bajas”, por el contrario, la necesidad de educar en forma diferenciada aparece cuando nos damos cuenta que para que los alumnos alcancen altas expectativas, debemos reconocer sus necesidades didácticas personales. Aspiramos a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes dispuestos para su nivel de curso.

En atención a lo anterior, es conveniente que al momento de diseñar el trabajo en una unidad, el docente debe considerar que para que algunos estudiantes logren estos aprendizajes precisarán más tiempo o métodos diferentes. Para esto debe desarrollar una planificación inteligente que genere las condiciones que le permitan:

*Esto demanda conocer qué saben, y en base a esto definir flexiblemente las diversas medidas pertinentes*

- conocer los diferentes niveles de aprendizaje y conocimientos previos de los estudiantes
- evaluar y diagnosticar en forma permanente para reconocer las necesidades de aprendizaje
- definir la excelencia considerando el progreso individual como punto de partida
- incluir combinaciones didácticas (agrupamientos, trabajo grupal, rincones) y materiales diversos (Visuales, objetos manipulables)
- evaluar de diversas maneras a los alumnos y dar tareas con múltiples opciones
- promover la confianza de los alumnos en sí mismo
- Promover un trabajo sistemático por parte de los estudiantes y ejercitación abundante

# ORIENTACIONES PARA PLANIFICAR Y EVALUAR

## I. ORIENTACIONES PARA PLANIFICAR

*La planificación favorece el logro de los aprendizajes*

La planificación es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para que los estudiantes logren los aprendizajes que deben alcanzar.

*El programa sirve de apoyo a la planificación a través de un conjunto de elementos elaborados para este fin*

Los programas de estudio del Ministerio de Educación constituyen una herramienta de apoyo al proceso de planificación. Para estos efectos han sido elaborados como un material flexible que los profesores pueden adaptar a su realidad en los distintos contextos educativos del país.

El principal referente que entrega el programa de estudio para planificar son los **aprendizajes esperados**. De manera adicional, el programa apoya de planificación a través de la propuesta de **unidades**, de la **estimación del tiempo** cronológico requerido en cada una, y de la **sugerencia de actividades** para desarrollar los aprendizajes.

### Consideraciones generales para realizar la planificación

La planificación es un proceso que se recomienda realizar considerando los siguientes aspectos

*Se debe planificar tomando en cuenta la diversidad, el tiempo real, las prácticas anteriores y los recursos disponibles*

- La diversidad de niveles de aprendizaje que han alcanzado los estudiantes del curso, lo que implica planificar considerando desafíos para distintos grupos de alumnos.
- El tiempo real con que se cuenta, de manera de optimizar el tiempo disponible.
- Las prácticas pedagógicas que han dado resultados satisfactorios.
- Los recursos para el aprendizaje con que se cuenta: textos escolares, materiales didácticos, recursos elaborados por la escuela o aquellos que es necesario diseñar, laboratorio, materiales disponibles en el Centro de Recursos de Aprendizaje (CRA), entre otros.

### Sugerencias para el proceso de planificación

Para que la planificación efectivamente ayude al logro de los aprendizajes, debe estar centrada en torno a estos y desarrollarse a partir de una visión clara de los mismos. Para lograr esto se recomienda desarrollar la planificación en los siguientes términos:

Lograr una visión lo más clara y concreta posible sobre los desempeños que dan cuenta de los aprendizajes ...

... y en base a esto decidir las evaluaciones, las estrategias de enseñanza, y la distribución temporal.

- Partir por una especificación de los aprendizajes esperados que no se limite a listarlos. Una vez identificados, es necesario desarrollar una idea lo más clara posible de las expresiones concretas de estos aprendizajes. Esto implica reconocer qué desempeños de los estudiantes dan cuenta del logro de los aprendizajes. Se debe poder responder preguntas como ¿Qué deberían ser capaces de demostrar los estudiantes que han logrado un determinado aprendizaje esperado?, ¿qué habría que observar para saber que un aprendizaje ha sido logrado?
- A partir de las respuestas a estas preguntas, decidir las evaluaciones a realizar y las estrategias de enseñanza. Específicamente, se debe identificar qué tarea de evaluación es más pertinente para observar el desempeño esperado, así como las modalidades de enseñanza que facilitarán su desarrollo. En base a este proceso se deben definir las evaluaciones formativas y sumativas, las actividades de enseñanza, y las instancias de retroalimentación. A su vez, esto constituye un antecedente central al momento de distribuir el tiempo del sector, ya sea al realizar la planificación anual, al planificar una unidad, o al realizar un plan de clase.

Para llevar a cabo este proceso, los docentes pueden complementar los programas con los mapas de progreso. Estos entregan elementos útiles para reconocer el tipo de desempeño asociado a los aprendizajes.

Expresiones más concretas respecto de la forma de desarrollar la planificación se pueden encontrar en las orientaciones específicas para el proceso de planificación anual, de unidad y de clase que se presenta en el Anexo 2.

## II. ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN

Apoya el proceso de aprendizaje al permitir su monitoreo, retroalimentar a los estudiantes y sustentar la planificación.

La evaluación es un proceso que forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. No sólo debe ser utilizada como un medio para controlar qué saben los estudiantes, sino que cumple un rol central en la promoción y desarrollo del aprendizaje ~~que~~. Para que la evaluación efectivamente cumpla con esta función debe tener como objetivos.

- Ser un medio con el cual medimos progreso en el logro de los aprendizajes.
- Proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los estudiantes, y sobre esta base retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados dentro del sector.
- Ser una herramienta útil para la planificación

### ¿Cómo promover el aprendizaje a través de la evaluación?

Las evaluaciones adquieren su mayor potencial para promover el aprendizaje si se llevan a cabo considerando lo siguiente:

Explicitar qué se evaluará

- **Informar a los alumnos sobre los aprendizajes que se evaluarán.** Esto facilita que puedan orientar su actividad hacia la consecución de los aprendizajes que deben lograr.

Identificar logros y debilidades

- **Elaborar juicios sobre el grado en que se logran los aprendizajes que se busca alcanzar, fundados en el análisis de los desempeños de los alumnos.** Las evaluaciones entregan información para conocer las fortalezas y debilidades de los estudiantes. El análisis de esta información permite tomar decisiones dirigidas a mejorar resultados alcanzados.

Ofrecer retroalimentación

- **Retroalimentar a los alumnos sobre sus fortalezas y debilidades.** Compartir esta información con los estudiantes permite orientarlos acerca de los pasos que deben seguir para avanzar. Permite también desarrollar procesos metacognitivos y reflexivos destinados a favorecer sus propios aprendizajes, y que a la vez facilitan involucrarse y comprometerse con éstos.

### ¿Cómo se pueden articular los Mapas de Progreso del Aprendizaje con la evaluación?

Los Mapas de Progreso ponen a disposición de las escuelas de todo el país un mismo referente para observar el desarrollo del aprendizaje de los alumnos, ubicándolos en un continuo de progreso.

Los Mapas de Progreso apoyan el seguimiento de los aprendizajes en tanto permiten:

Los mapas apoyan diversos aspectos del proceso de evaluación

- Reconocer aquellos aspectos y dimensiones que son esenciales de evaluar.
- Clarificar la expectativa de aprendizaje nacional, al conocer la descripción de cada nivel, sus ejemplos de desempeño y el trabajo concreto de estudiantes que ilustran esta expectativa.



- Observar el desarrollo, progresión o crecimiento de las competencias de un alumno, al constatar cómo sus desempeños se van desplazando en el mapa.
- Contar con modelos de tareas y preguntas que permiten a cada alumno evidenciar sus aprendizajes.

En el anexo 2 se presentan orientaciones específicas respecto de pasos relevantes a considerar en el diseño de las evaluaciones.

## **Matemática: Propósitos, Habilidades Y Orientaciones Didácticas**

El aprendizaje de la Matemática ayuda en la comprensión de la realidad y proporciona herramientas para desenvolverse en la vida cotidiana. Entre estas herramientas se encuentra el cálculo, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones, formular conjeturas, evaluar la validez de resultados y la selección de estrategias para resolver problemas. Todo esto contribuye al desarrollo de un pensamiento lógico, ordenado, crítico y autónomo y al desarrollo de actitudes tales como la precisión, rigurosidad, perseverancia y confianza en sí mismo, las cuales se valoran no sólo en la Ciencia y la Tecnología sino también en todos los aspectos de la vida cotidiana.

El aprendizaje de la matemática contribuye también al desarrollo de habilidades asociadas a la comunicación, proporcionando precisión y rigurosidad en la presentación de la información, así mismo generando en el receptor, las competencias para exigir precisión y rigor tanto en la información como en los argumentos que recibe.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo tienen profundas e importantes consecuencias en el desarrollo, desempeño y vida de las personas. En efecto, el entorno social valora el conocimiento matemático y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior. De esta forma el aprendizaje de la matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades. El proceso de aprender matemática, por lo tanto, interviene en la capacidad de la persona para sentirse un ser autónomo y valioso en la sociedad. En consecuencia, la calidad, pertinencia y amplitud de ese conocimiento afecta las posibilidades y la calidad de vida de las personas, y a nivel de la sociedad, afecta el potencial de desarrollo del país.

La matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y sus relaciones, preparando a los estudiantes en la comprensión del medio y de las complejas relaciones que se dan en un espacio simbólico y físico de complejidad creciente. Espacios en los que la cultura, la tecnología y las ciencias se están redefiniendo y complejizando en forma permanente, donde las finanzas, los sistemas de comunicaciones, las interrelaciones entre naciones y culturas se relacionan y se globalizan.

### **Habilidades Matemáticas**

En el aprendizaje de las Matemáticas se desarrollan competencias intelectuales del estudiante tales como el razonamiento lógico, la visualización espacial y el pensamiento analítico, el cálculo, el razonamiento, el modelamiento y las habilidades para resolver problemas. La tabla siguiente puede resultar útil, por ejemplo, para:

- Observar transversalmente las habilidades que se desarrollan en el n sector
- Focalizarse en un nivel y diseñar actividades y evaluaciones que enfatizen dichas habilidades.
- Situar en el nivel y observar las habilidades que se intencionaron los años anteriores y las que se trabajarán más adelante.
- Observar diferencias y similitudes en los énfasis por ciclos de enseñanza.

Habilidades de pensamiento matemático matemático					
4 °básico	5 °básico	6 °básico	7 °básico	8°básico	I°medio
Resolver problemas en contextos significativos que requieren el uso de los contenidos del nivel.	Resolver problemas en contextos diversos, significativos.	Resolución de problemas en contextos significativos	Resolución de problemas en contextos diversos y significativos utilizando los contenidos del nivel.	Resolución de problemas en contextos diversos y significativo	Analizar estrategias de resolución de problemas de acuerdo con criterios definidos
			Analizar la validez de los procedimientos utilizados y de los resultados obtenidos.	Evaluar la validez de los resultados obtenidos y el empleo de dichos resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones.	Fundamentar opiniones y tomar decisiones.
Formular conjeturas y verificarlas, para algunos casos particulares		Formular y verificar conjeturas, en casos particulares,			
Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.	Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.		Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica.		
Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	Realizar cálculos en forma mental y escrita.	
			Emplear formas simples de modelamiento matemático	Emplear formas simples de modelamiento matemático.	Aplicar modelos lineales que representan la relación entre variables.
				Verificar proposiciones simples, para casos particulares	Diferenciar entre verificación y demostración de propiedades

## Orientaciones didácticas (Básica)

Este sector está concebido como una oportunidad para que los estudiantes desarrollen **aprendizajes para la vida**, ya que la Matemática constituye un área de la cultura poderosa en la comprensión, explicación y predicción de situaciones y fenómenos del medio que nos rodea. De esto se desprende la importancia del esfuerzo que deben hacer los docentes para que todos los estudiantes en nuestro país aprendan los conocimientos y desarrollen las capacidades propias de esta disciplina. Se sugieren en estos programas algunas orientaciones que pueden ayudar a los docentes en su planificación y en sus clases para cumplir con este objetivo:

### Los conceptos Matemáticos: profundidad e integración

Los estudiantes deben desarrollar y explorar las ideas matemáticas en profundidad y deben ver las matemáticas como un todo integrado, no como fragmentos aislados del conocimiento. A los estudiantes se les debe enfrentar a variadas experiencias de aprendizaje para ayudarlos a desarrollar una comprensión profunda de los conceptos matemáticos así como sus conexiones y aplicaciones de tal manera que les permita participar activamente y obtener mayor confianza en explorar y aplicar las matemáticas. Se recomienda especialmente en el ciclo básico el uso de material concreto, de trabajos prácticos y el apoyo de la tecnología como parte de estas experiencias de aprendizaje

## **El uso del contexto**

Es importante que la matemática sea presentada como una disciplina culturalmente situada, con historia, con impacto en otras áreas del conocimiento científico o tecnológico, con consecuencias y aplicaciones. La pregunta acerca del origen de los conceptos y modelos matemáticos, y su ubicación histórica en el desarrollo del pensamiento de la humanidad, son anclas importantes del conocimiento que debemos proponer a nuestros estudiantes. El uso de analogías y representaciones cercanas a los estudiantes, son un recurso didáctico altamente recomendado, especialmente en las etapas de exploración. A su vez, se sugiere el uso de las aplicaciones de la matemática a otras áreas del conocimiento y en la vida diaria, como un apoyo en la construcción del conocimiento matemático.

## **Razonamiento matemático y resolución de problemas**

La matemática se construye a partir de regularidades que subyacen a situaciones aparentemente diversas, de esta forma contribuye al desarrollo del razonamiento por sobre la acción mecánica. Por esto es central hacer uso frecuentemente de preguntas y situaciones que inviten a buscar regularidades, desarrollar la noción de estrategia, hacerlas explícitas, comparar diversas formas de abordar problemas, así como generar situaciones en las que sea natural que los estudiantes formulen y verifiquen conjeturas acerca del comportamiento de los elementos y relaciones con que se trabaja, analizar los procedimientos por medio de los cuales se resuelve un problema, justificar y cuando sea adecuado, verificar en casos particulares, resultados, propiedades y relaciones.

Aunque los estudiantes deben ser competentes en variadas y diferentes habilidades matemáticas, el exceso de énfasis en las habilidades de procedimiento sin comprensión de los principios matemáticos subyacentes debe evitarse.

## **Uso del error**

Asociado a un ambiente de búsqueda y de creación, está el uso adecuado del error. En un clima de construcción, un error puede, en manos de un educador, ser una oportunidad para aprendizajes especialmente significativos. El error debe considerarse como un elemento concreto para trabajar en clases la diversidad, permitiendo que todos los alumnos alcancen los aprendizajes propuestos.

## **Aprendizaje matemático y desarrollo personal**

La clase de matemática ofrece abundantes oportunidades para el auto conocimiento y las interacciones sociales. Es una oportunidad para la meta cognición: ¿cómo lo hice?, ¿cómo lo hicieron?, ¿de qué otra manera es posible? Adicionalmente, el concepto que cada uno de nosotros tiene acerca de su capacidad para aprender y hacer matemática se ha construido a través de la retroalimentación que la experiencia nos ha brindado. En este aspecto, el reconocimiento, tanto de los esfuerzos como de los logros, es un instrumento poderoso en manos del docente. A su vez, la valoración de las diferencias, la aceptación de los logros o acciones de los pares, un clima de confianza y la forma que cada uno enfrenta las situaciones de éxito o fracaso, tanto propias como las de los demás, contribuyen a desarrollar en cada estudiante la confianza en sí mismo.

## **Tecnologías digitales y aprendizaje matemático**

El programa propone el uso de software y ambientes creados con tecnologías digitales para ampliar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. Estas tecnologías permiten representar nociones abstractas a través de modelos en los que es posible experimentar con ideas matemáticas, y crear situaciones en las que los estudiantes pueden explorar las características, límites y posibilidades de conceptos, relaciones o procedimientos matemáticos. Los procesadores geométricos, simbólicos y de estadística son laboratorios para explorar relaciones y ponerlas a prueba. Con un procesador simbólico, grandes números o números muy pequeños pueden ser analizados y dotados de sentido, y se puede estudiar el comportamiento de funciones, incluso de alta complejidad. Internet ofrece múltiples ambientes en los que se puede encontrar representaciones dinámicas de una gran cantidad de objetos matemáticos. Los procesadores geométricos, en tanto, permiten la experimentación con nociones y relaciones, sea de la geometría euclidiana, cartesiana o vectorial. Todo esto, en un espacio de alto interés para los estudiantes, y de alto impacto en cuanto a su formación para una vida cada vez más influida por las tecnologías digitales.

## **Clima y motivación**

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática se debe propiciar un ambiente creativo y crítico que favorezca la formulación, verificación o refutación, de parte del que aprende, de conjeturas en los problemas que aborda. Un ambiente en que el error, la duda o pregunta, son considerados parte integrante y valiosa del proceso de construcción del conocimiento, ambiente en el que los aportes de todos son valorados y puestos en el contexto de una búsqueda y construcción colectiva. Debe constituirse en un

espacio en el que es natural el análisis de las acciones y procedimientos de modo de comparar caminos alternativos.

Documento borrador

## VISIÓN GLOBAL DEL AÑO

### Cuadro sinóptico de aprendizajes esperados

1° Semestre		2° semestre	
Unidad 1 Números y Álgebra	Unidad 2 Números y Álgebra II	Unidad 3 Geometría	Unidad 4 Datos y Azar
<ol style="list-style-type: none"> <li>Identificar regularidades en la multiplicación y división de un número decimal por 10, 100, o 1.000.</li> <li>Calcular en forma escrita y mental multiplicaciones y divisiones de fracciones.</li> <li>Relacionar las fracciones impropias con números mixtos.</li> <li>Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales.</li> <li>Estudiar regularidades en la multiplicación y división de fracciones y números decimales positivos utilizando la calculadora.</li> <li>Demostrar que comprenden las razones utilizando material concreto, en forma gráfica y simbólica.</li> <li>Demostrar que comprenden porcentajes (en el ámbito de los números naturales) con material concreto, gráficamente, y simbólicamente.</li> <li>Establecer la relación que existe entre porcentajes y su expresión como fracción o decimal y aplicarla en la resolución de problemas.</li> <li>Formular y verificar conjeturas respecto del comportamiento de algún fenómeno</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Expresar potencias de base 10 y exponente natural y aplicarlas en situaciones diversas.</li> <li>Identificar regularidades al multiplicar y dividir potencias de igual base y exponente natural.</li> <li>Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas utilizando letras como variables.</li> <li>Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales verificando la igualdad.</li> <li>Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la vida cotidiana.</li> <li>Verificar soluciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita obtenidas en la resolución de ellas, mediante sustitución de la incógnita o el análisis del contexto.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Demostrar que comprenden los ángulos: <ul style="list-style-type: none"> <li>identificando ejemplos de ángulos en el ambiente.</li> <li>clasificando ángulos de acuerdo a sus medidas.</li> <li>estimando las medidas de ángulos, utilizando 45°, 90° y 180° como ángulos de referencia.</li> <li>determinando ángulos en grados.</li> <li>dibujando y rotulando ángulos cuando la medida es específica.</li> </ul> </li> <li>Resolver problemas relativos a ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.</li> <li>Formular y demostrar conjeturas acerca de la suma de ángulos en: <ul style="list-style-type: none"> <li>Triángulos</li> <li>Cuadriláteros</li> </ul> </li> <li>Resolver problemas en situaciones variadas que implican el cálculo de la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central : <ul style="list-style-type: none"> <li>determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos.</li> <li>determinando la más apropiada de las medidas de tendencia central que entregue resultados y conclusiones.</li> <li>interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación.</li> </ul> </li> <li>Construir y rotular gráficos circulares.</li> <li>Resolver problemas que impliquen interpretar información desde gráficos circulares.</li> <li>Comprender los conceptos de población y muestra.</li> <li>Identificar situaciones donde es necesario tomar muestras.</li> <li>Estimar la probabilidad de ocurrencia de eventos, a partir de la identificación de patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios simples<sup>4</sup> en contextos lúdicos.</li> </ol>

<sup>4</sup> Por ejemplo el lanzamiento de monedas o dados.

mediante el estudio de variaciones porcentuales. 10. Resolver problemas en contextos diversos que: - Involucran las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, fracciones y decimales positivos.		cuadriláteros.	
Tiempo estimado 64 horas	Tiempo estimado 54 horas	Tiempo estimado 62 horas	Tiempo estimado 56 horas

**SEMESTRE 1**



## UNIDAD 1

### Números y Álgebra

#### Propósito de la unidad

Se espera que en esta unidad los estudiantes profundicen sus conocimientos respecto de las fracciones positivas y números decimales, considerando situaciones que involucren multiplicaciones o divisiones entre estos números. Se introduce además una nueva forma de comparar dos cantidades, utilizando el cociente entre dichas cantidades o razón, y se introduce el concepto de porcentaje como un ejemplo de razón.

#### Conocimientos previos

- Fracciones positivas y decimales positivos.
- Multiplicación y división de números naturales.

#### Conceptos claves

Razón – porcentaje – variaciones porcentuales – equivalencia entre porcentaje.

#### Conocimientos previos

- Fracciones positivas y decimales positivos.
- Multiplicación y división de números naturales.

#### Contenidos disciplinares

- Multiplicación y división de fracciones positivas y decimales positivos.
- Razón como cociente entre cantidades.
- Porcentaje: equivalencia entre porcentaje, fracciones y números decimales; determinación de variaciones porcentuales.

#### Habilidades

- Utilizar procedimientos de cálculo mental con fracciones y decimales positivos.
- Utilizar procedimientos de cálculo escrito con fracciones positivas.
- Estimar resultados de operaciones con números decimales positivos.
- Estimar resultados de porcentaje y de variaciones porcentuales.
- Utilizar las razones para comparar cantidades.
- Realizar transformaciones entre fracciones positivas, decimales positivos y porcentajes.
- Interpretar información relativa a fracciones positivas, decimales positivos y porcentajes.

#### Actitudes

- Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.
- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<b>1.- Identificar las regularidades en la multiplicación y división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al multiplicar un número decimal por 10, 100 ó 1.000. Por ejemplo: Responden a preguntas como las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué sucede con el producto cuando se multiplica 3,2 por 10?</li> <li>- ¿Qué relación existe entre el número 3,09 y su producto al multiplicar por 100?</li> </ul> </li> <li>• Realizan cálculos mentales de un número decimal multiplicando por 10, 100 o 1.000 utilizando las regularidades obtenidas.</li> <li>• Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al dividir un número decimal por 10, 100 ó 1.000. Por ejemplo: Responden a preguntas como las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué sucede con el cociente cuando se divide 43,5 por 10?</li> <li>• ¿Qué relación existe entre el número 13,8 y su cociente al dividir por 100?</li> </ul> </li> <li>• Realizan cálculos mentales de un número decimal dividiendo por 10, 100 o 1.000 utilizando las regularidades obtenidas.</li> </ul>
<b>2.- Calcular en forma escrita, mental y aproximada multiplicaciones y divisiones de fracciones.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculan, mentalmente, el producto de dos fracciones cuyos numeradores y denominadores son números de un dígito.</li> <li>• Calculan el producto de una fracción cuyo numerador y denominador son números de un dígito, por un número natural múltiplo de 10.</li> <li>• Dividen, mentalmente, fracciones cuyos denominadores son números de un dígito. Ej (al dividir: <math>\frac{1}{2} : \frac{1}{3}</math> )</li> <li>• Calculan, en forma escrita, el producto de dos fracciones propias impropias y número mixto..</li> <li>• Calculan, por escrito, el producto de números naturales por una fracción propia y por un número mixto.</li> <li>• Calculan, en forma escrita, divisiones de fracciones propias impropias y con número mixto.</li> <li>• Resuelven problemas utilizando multiplicaciones y divisiones de fracciones propias impropias y número mixto.</li> </ul>
<b>3.- Relacionar las fracciones impropias con números mixtos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Demuestran usando material concreto, gráfico y simbólico que una fracción impropia dada representa un número mayor que 1.</li> <li>• Expresan fracciones impropias en forma concreta, gráfica y simbólica como números mixtos.</li> <li>• Expresan números mixtos en forma concreta, gráfica y simbólica como fracciones impropias</li> <li>• Ubican un conjunto dado de fracciones, incluyendo números mixtos y fracciones impropias, en una recta numérica y explican las estrategias utiliza para determinar la posición</li> </ul>

<b>4.- Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Multiplican números por decimales transformando decimales a fracciones.</li> <li>• Dividen decimales transformando a fracciones y utilizando resultados acerca de divisiones de fracciones.</li> <li>• Utilizan procedimientos relativos a la división y multiplicación de decimales para realizar estas operaciones.</li> <li>• Ubican la coma en el producto usando la estimación (por ejemplo, <math>15.205 \text{ m} \times 4</math>, como <math>15 \text{ m} \times 4</math>, de tal manera que el producto será mayor de 60 m.</li> <li>• Ubican la coma en el cociente usando la estimación (Ej., por <math>\\$ 26.83 \div 4</math>, como <math>\\$ 27 \div 4</math>, de tal manera que el cociente será mayor de \$ 6)</li> <li>• Corrigen errores en la ubicación de la coma en un decimal, en un determinado producto o cociente, mentalmente.</li> <li>• Predicen los productos y cocientes de decimales utilizando la estrategia de estimación.</li> <li>• Resuelven un problema dado que implica la multiplicación y la división de decimales utilizando factores de 0 al 9 y divisores desde 1 hasta 9</li> </ul>
<b>5.- Estudiar regularidades en la multiplicación y división de fracciones y números decimales positivos utilizando la calculadora.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican regularidades en la multiplicación de fracciones.</li> <li>• Identifican regularidades en la división de decimales.</li> <li>• Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al multiplicar números decimales. Por ejemplo: Responden a preguntas como las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué sucede con el producto cuando se multiplica 1,5 por 1,5; 1,5 por 1,5 por 1,5; 1,5 por 1,5 por 1,5 por 1,5, y así sucesivamente?</li> </ul> </li> </ul>
<b>6.- Demostrar que comprenden las razones utilizando material concreto, en forma gráfica y simbólica.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explican una razón a través de una representación concreta y pictórica</li> <li>• Escriben una razón a partir de un material concreto o pictórico.</li> <li>• Expresan una razón dada en múltiples formas, tales como 3:5, o <math>\frac{3}{5}</math></li> <li>• Identifican y describen razones que encuentren de la vida diaria y las registran simbólicamente.</li> <li>• Explican las razones en contextos reales, como partes del todo (por ejemplo, para un grupo de 3 niñas y 5 varones, las razones son 03:05, 03:08 y 05:08)</li> <li>• Comparan razones en contextos cotidianos ( N° de alumnos con anteojos en dos cursos )</li> <li>• Resolver un problema dado incluyendo razones.</li> </ul>
<b>7.- Demostrar que comprenden porcentajes (en los números naturales) con material concreto, gráficamente, y simbólicamente.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explican que "porcentaje" significa "parte de 100."</li> <li>• Explican que el porcentaje es una razón de 100.</li> <li>• Usando materiales concretos y representaciones gráficas representando un porcentaje dado.</li> <li>• Registran el porcentaje que aparece en una representación concreta o imagen dada.</li> <li>• Expresan un porcentaje dado como una fracción y un</li> </ul>

	<p>decimal.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican y describen los porcentajes en contextos de la vida real, y los registran simbólicamente.</li> <li>• Calculan % simples 10%, 20%, 25% y 50% de una cantidad.</li> <li>• Calculan el % de una cantidad que aumenta o disminuye en una situación real ( precios, % de descuento)</li> <li>• Resuelven problemas de la vida diaria que incluyan porcentaje.</li> </ul>
<b>8.- Establecer la relación que existe entre porcentajes y su expresión como fracción o decimal y la aplican en la resolución de problemas.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplean la expresión como fracción o decimal de un porcentaje en el cálculo de ellos. Por ejemplo, calculan el 25% de un número multiplicando el decimal 0,25 por el número.</li> <li>• Traducen expresiones de lenguaje natural a lenguaje matemático. Por ejemplo, "la mitad " lo traducen como el 50%.</li> <li>• Resuelven problemas en contextos significativos relativos a porcentajes empleando expresiones decimales o fraccionarias de ellos.</li> </ul>
<b>9.- Formular y verificar conjeturas respecto del comportamiento de algún fenómeno mediante el estudio de variaciones porcentuales.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinan las variaciones porcentuales en una situación cotidiana. Por ejemplo la variación porcentual diaria de temperatura, medida entre las 6 h y las 16.00 h, durante una semana.</li> <li>• Conjeturan respecto a los cambios producidos en una situación cuya información está expresada en porcentajes. Por ejemplo, a partir de la información obtenida respecto a la variación porcentual diaria de temperatura, mencionan las posibles temperaturas la semana siguiente.</li> <li>• Verifican conjeturas realizadas sobre los cambios producidos en una situación cuya información está expresada en porcentajes. Por ejemplo, si la conjetura es sobre la variación porcentual de la sensación térmica que se tendría durante una semana realiza las observaciones correspondientes y compara con lo previsto.</li> </ul>
<b>10.- Resolver problemas en contextos diversos que involucran las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, fracciones y decimales positivos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican los datos para resolver un problema</li> <li>• Utilizan diferentes estrategias para resolverlos.</li> <li>• Elaboran una respuesta y la justifican.</li> <li>• Identifican las situaciones que se pueden abordar mediante las razones para resolver el problema.</li> <li>• Establecen las razones entre las variables que se desprenden del enunciado del problema.</li> <li>• Interpretan las razones obtenidas.</li> <li>• Verifican que el resultado obtenido sea solución del problema.</li> <li>• Comunican en forma oral u escrita la solución del problema.</li> </ul>

## En relación a los OFT, estos aprendizajes promueven

### Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.

- Tiene un orden y método para el registro de información.
- Termina los trabajos iniciados.
- Desarrolla tenacidad frente a obstáculos o dudas que se le presente en problemas matemáticos.

### Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- Participa de manera propositiva en actividades grupales.
- Es responsable en la tarea asignada.
- Toma iniciativa en actividades de carácter grupal.
- Propone alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

## Observaciones al docente.

En relación a la operatoria con fracciones, es relevante ofrecer a los estudiantes la oportunidad de desarrollar sus propias estrategias para enfrentar una situación, incorporando paulatinamente, y en la medida que eso sea necesario, algunos procedimientos convencionales. Por esta razón, se sugiere al docente proponer problemas abiertos, que provoquen la necesidad de encontrar soluciones y generalizar estrategias de solución efectivas a problemas similares. El diseño de actividades debe ofrecer oportunidades de analizar los procedimientos de multiplicación o división de fracciones. Por ejemplo, por qué para dividir un número cualquiera (natural o fraccionario) por una fracción se invierte el segundo factor.

En cuanto a la operatoria con números decimales, el recurrir a situaciones de la vida cotidiana y a temas de otros sectores de aprendizaje suele ser de ayuda ya que otorga significado a números que en general les cuesta significar. Se debe, al mismo tiempo, intencionar el trabajo con estimaciones y aproximaciones de números decimales en contextos donde realmente sea útil estimar y no en aquellos casos donde es más conveniente calcular directamente el resultado exacto.

Se sugiere el uso de la calculadora para estudiar regularidades en el comportamiento de los números y en la resolución de problemas donde la complejidad del ámbito numérico desvíe el foco del razonamiento al cálculo aritmético, por ejemplo, cuando la cantidad de cálculos a realizar hace largo y tedioso el desarrollo, el tamaño de los números dificulta innecesariamente la operatoria o la complejidad de los cálculos es excesiva.

Finalmente, es muy importante que en esta unidad los estudiantes comprendan bien los conceptos de razones y porcentajes, a través de situaciones que están presentes en su entorno cercano y en otras asignaturas, por lo cual las actividades propuestas deben ofrecer la posibilidad de trabajar las razones y porcentajes en contextos de actualidad que resulten ser desafiantes para ellos. Por ejemplo, una prenda de vestir que se rebajó en 30% y posteriormente sobre el precio ya rebajado se le aplicó otro descuento del 30% (rebajas sobre rebajas) en realidad no está rebajada en un 60% sino que en un porcentaje menor. O si las tabaqueras son mandatadas por el Estado a subir el precio de los cigarrillos en un 50% en un período de un año, decidan hacer por etapas, primero en un 12%, luego un 8% y por último un 30%, puede ser que el porcentaje final de aumento sea mayor al 50%.

Las actividades debieran ofrecer la posibilidad a los estudiantes de discutir en pequeños grupos y el trabajar en parejas para desarrollar actividades de este tipo, ya que ofrece la posibilidad de respetar los ritmos de aprendizaje y al docente los tiempos para trabajar tanto con los más aventajados con los más débiles del curso.

## Ejemplos de actividades

### **AE 1: Identificar las regularidades en la multiplicación y división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000.**

#### **Actividades**

**1.-** El docente pide a sus estudiantes que expresen la multiplicación  $0,4 \cdot 10$  como 0,4 sumado diez veces y que saquen conclusiones respecto al resultado de la suma y  $0,4 \cdot 10$ , es decir, respecto a la igualdad  $0,4 \cdot 10 = 4$ . A continuación les pide que realicen el mismo proceso con la multiplicación  $0,6 \cdot 10$ . El docente realiza otras multiplicaciones de este tipo y concluye en conjunto con sus estudiantes que:

- Al multiplicar un decimal de la forma  $0,a$  por 10, el resultado de la multiplicación es  $a$ .
- Un procedimiento para realizar este tipo de multiplicaciones es: al multiplicar  $0,a$  por 10 se corre la coma un lugar a la derecha en el decimal  $0,a$ .

**2.-** El docente pide a sus estudiantes que encuentren un procedimiento para multiplicar  $0,4 \cdot 100$ . Al respecto:

- Les sugiere que expresen 100 como  $10 \cdot 10$  y que realicen la multiplicación resultante, es decir,  $0,4 \cdot 10 \cdot 10$ .
- Los orienta respecto a este tipo de multiplicaciones, les dice que primero se multiplica  $0,4 \cdot 10$  y que el resultado se multiplica por 10.

Les pide a continuación que prueben con otras multiplicaciones del mismo tipo, por ejemplo, con  $0,8 \cdot 100$  y que den una conclusión respecto a este tipo de multiplicaciones. El docente revisa las conclusiones de los estudiantes y en conjunto establecen un procedimiento para estas multiplicaciones.

Para hacer multiplicaciones de la forma  $0,4 \cdot 100$

Paso 1: 0,4 se expresa en la forma 0,40

Paso 2 la coma se corre dos veces a la derecha

**3.-** El docente pide ahora a sus estudiantes que encuentren un procedimiento para multiplicar  $0,4 \cdot 1000$ .

El docente revisa las conclusiones de los estudiantes y en conjunto establecen un procedimiento para estas multiplicaciones.

Para hacer multiplicaciones de la forma  $0,4 \cdot 1000$

Paso 1: 0,4 se expresa en la forma 0,400

Paso 2 la coma se corre tres veces a la derecha

**4.-** El docente pide ahora a sus estudiantes que encuentren procedimientos para realizar multiplicaciones del tipo  $0,254 \cdot 1000$ ,  $1,4 \cdot 10000$ ,  $25,6 \cdot 1000$ .

**5.-** Los estudiantes identifican que en las multiplicaciones de decimales por 10, 100, 1000, 10000 etc. se producen regularidades. Por ejemplo, que en la multiplicación de 0,4 por 10, 100, 1000, 10000 se producen las regularidades siguientes:

$$0,4 \cdot 10 = 4, \quad 0,4 \cdot 100 = 40, \quad 0,4 \cdot 1000 = 400, \quad 0,4 \cdot 10000 = 4000$$

6.- El docente pide a sus estudiantes que calculen mentalmente números decimales por 10, 100, 1000, por ejemplo  $0,54 \cdot 1000$

7.- El docente enseña a sus estudiantes técnicas para realizar divisiones de la forma  $0,3 : 10$ , de esta manera obtiene que  $0,3 : 10 = 0,03$

Les pide a sus estudiantes que utilizando este resultado encuentren las divisiones:

- $0,3 : 100$
- $0,3 : 1000$

Los orienta mostrándoles que una posibilidad de dividir un número por 100 es dividir primero el número por 10 y el resultado de esta división dividirlo por 10, por ejemplo, para dividir  $0,3 : 100$ , primero se divide  $0,3 : 10$ , y el resultado de esta división se divide por 10.

Luego de revisar los resultados el docente y sus estudiantes concluyen que:

$$0,3 : 100 = 0,003$$

$$0,3 : 1000 = 0,0003$$

Realizan otras divisiones de decimales por 10, por ejemplo,  $0,45 : 10$  y encuentran las siguientes regularidades:

$$0,45 : 10 = 0,045$$

$$0,45 : 100 = 0,0045$$

$$0,45 : 1000 = 0,00045$$

etc.

- El docente pide a sus estudiantes que encuentren las siguientes divisiones:

-  $1,4 : 10$ ,  $1,4 : 100$ ,  $1,4 : 1000$ , etc.

-  $2,34 : 10$ ,  $2,34 : 100$ ,  $2,34 : 1000$ , etc.

-  $0,01 : 10$ ,  $0,01 : 100$ ,  $0,01 : 1000$ , etc.

Y que a partir de sus resultados y los resultados anteriores identifiquen regularidades en la división de decimales por 10, 100, 1000, etc.

8.- El docente pide a sus estudiantes que calculen mentalmente divisiones de decimales positivos por 10, 100, 1000, por ejemplo  $0,68 : 100$

**AE 2: .- Calcular en forma escrita, mental y aproximada multiplicaciones y divisiones de fracciones.**

#### **Actividades**

1.- El docente da a conocer a sus estudiantes el significado de la multiplicación de fracciones por números naturales, les dice que en lenguaje común multiplicar  $\frac{1}{2}$  por una cantidad significa obtener la mitad de esa

cantidad, por ejemplo, que  $\frac{1}{2} \cdot 4$  significa obtener la mitad de 4, que multiplicar  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$  significa obtener la mitad de  $\frac{1}{3}$ .

Para profundizar este significado da otros ejemplos:

- Les dice que  $\frac{1}{4}$  en lenguaje común es la cuarta parte, y que de esta manera multiplicar  $\frac{1}{4}$  por una cantidad significa sacar la cuarta parte de la cantidad, que  $\frac{1}{3}$  en lenguaje común es la tercera parte, y que de esta manera multiplicar  $\frac{1}{3}$  por una cantidad significa sacar la tercera parte de esa cantidad.

El docente entrega traducciones a lenguaje común de las siguientes fracciones:

- $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$  y  $\frac{1}{10}$ , y en conjunto con sus estudiantes calculan mentalmente multiplicaciones entre esas fracciones y números naturales.
- A Continuación les propone que den el significado de las siguientes multiplicaciones:  $\frac{1}{5} \cdot 10$ ,  $\frac{1}{6} \cdot 18$ ,  $\frac{1}{8} \cdot 32$  y  $\frac{1}{10} \cdot 50$  y que las calculen mentalmente.

**2.-** El docente da a sus estudiantes el significado de la multiplicación de fracciones por fracciones. Para conseguir este propósito emplea métodos gráficos, por ejemplo para multiplicar  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$  divide el entero en cuatro partes y le asigna el valor  $\frac{1}{4}$  una de ellas, a continuación saca la mitad de esa parte, obteniendo  $\frac{1}{8}$ .

Profundiza este significado dando otros ejemplos:

- Divide el entero en 3 partes iguales y a una de ellas le asigna  $\frac{1}{3}$ , a continuación saca la cuarta parte de esa cantidad y obtiene como resultado  $\frac{1}{12}$ .

- El docente propone a sus estudiantes que gráficamente resuelvan las siguientes multiplicaciones:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}, \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}, \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4}.$$

**3.-** El docente y sus estudiantes analizan los resultados de las multiplicaciones anteriores de fracciones por fracciones obtenidas de manera gráfica, por ejemplo, analizan el resultado  $\frac{1}{10}$  de  $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$ . Con este propósito comparan la multiplicación con su resultado y concluyen que tanto el numerador como el



denominador de la fracción resultante corresponden a la multiplicación de los numeradores y denominadores, respectivamente.

El docente pide a sus estudiantes que verifiquen el resultado anterior en otras multiplicaciones de fracciones por fracciones realizadas de manera gráfica.

El docente en conjunto con sus estudiantes concluyen que:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

**4.-** El docente da un listado de multiplicaciones a sus estudiantes y les pide que las calculen mentalmente y por escrito.

**5.-** El docente y sus estudiantes interpretan divisiones de fracciones por números naturales, por ejemplo, la

división  $\frac{1}{2}$ , y concluyen que en lenguaje común esta división es equivalente a obtener la mitad de  $\frac{1}{3}$ , es decir,  $\frac{1}{6}$ .

El docente pide a sus estudiantes que comparen  $\frac{2}{3}$  con su resultado  $\frac{2}{6}$  y que digan que observan. A

continuación interpretan la división  $\frac{3}{4}$  como la cuarta parte de  $\frac{3}{4}$  y comparan la división  $\frac{3}{4}$  con su resultado  $\frac{3}{16}$ . Para reforzar el proceso:

- El docente les entrega una lista de divisiones de fracciones por números naturales, al respecto les pide que interpreten las divisiones y que comparen la división con la fracción resultante.

El docente en conjunto con sus estudiantes concluyen que para dividir una fracción por un natural, se conserva el numerador de la fracción y se multiplica el denominador de la fracción por el número, es decir,

que:  $\frac{a}{b} = \frac{a}{b \cdot c}$ , por ejemplo, que  $\frac{8}{2} = \frac{3}{8 \cdot 2}$ .

El docente les dice a sus estudiantes que por convención en la multiplicación entre variables (letras) se

omite el signo por, es decir, que  $a \cdot b = ab$ , y que de esta manera  $\frac{a}{b} = \frac{1}{ab}$ .

**6.-** El docente muestra a sus estudiantes que una fracción expresa una división entre el numerador y el denominador, es decir,  $\frac{a}{b} \Leftrightarrow a : b$ , de esta manera, les dice,  $2 = \frac{4}{2}$ ,  $5 = \frac{5}{1}$ ,  $6 = \frac{12}{2} = \frac{24}{4}$ , y así sucesivamente.

- El docente y sus estudiantes concluyen que todo número está "partido por 1", es decir, que  $a = \frac{a}{1}$ . - El

resultado anterior lo complementa con otros resultados, por ejemplo,  $a = 1 \cdot a = \frac{1}{1} \cdot a$ , por ejemplo, que

$$7 = 1 \cdot 7 = \frac{1}{1} \cdot 7$$

**7.-** El docente, entrega a sus estudiantes un procedimiento para dividir fracciones. Les dice, por ejemplo,

que para dividir  $\frac{2}{3}$  se multiplican los "extremos" de las fracciones, en este caso 2 y 4, y el resultado se

divide por la multiplicación de los "medios de las fracciones, en este caso, 3 y 5, es decir,  $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5}$ .

Les dice que la demostración de este resultado se puede hacer de manera gráfica, y pide a sus estudiantes que intenten la demostración, o que busquen en libros de matemática o en Internet una demostración de este procedimiento.

Les dice que otra manera de realizar una división de fracciones es multiplicar la fracción del numerador por la fracción invertida del denominador, es decir,

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$$

- Les propone que apliquen el resultado anterior para calcular mentalmente:

$$- \frac{3}{5}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}$$

$$- \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{2}{1}$$

- Les propone que apliquen el resultado anterior para calcular por escrito:

$$- \frac{3}{12}, \frac{41}{32}, \frac{2}{34}$$

$$-\frac{31}{53}, \frac{21}{34}, \frac{2}{71}$$

$$\frac{42}{37}, \frac{33}{71}, \frac{10}{3}$$

### AE 3: Relacionar las fracciones impropias con números mixtos.

#### Actividades

1.- El docente amplía el lenguaje matemático de sus estudiantes y les dice que en matemática la palabra “y” significa +, de esta manera 2 enteros y un cuarto en lenguaje matemático significa  $2 + \frac{1}{4}$ .

Pide a sus estudiantes que realicen la suma anterior. Junto a sus estudiantes el docente verifica que la suma anterior es  $\frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$

Les propone ahora que traduzcan a simbología matemática 3 enteros y un medio, y que den el resultado.

2.- El docente presenta ahora a sus estudiantes una fracción impropia, por ejemplo  $\frac{5}{3}$  y les pide que utilizando una cuadrícula determinen que es igual a  $\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$ , es decir  $1 + \frac{2}{3}$ .

El docente en conjunto con sus estudiantes concluyen que  $\frac{5}{3}$  se lee en lenguaje natural como 1 entero y  $\frac{2}{3}$ .

3.- El docente dice a sus estudiantes que la fracción anterior se escribe en la forma  $1\frac{2}{3}$  y que este es un número mixto, pues mezcla números enteros con fracciones.

4.- Los estudiantes convierten a número mixto las siguientes fracciones impropias:

a)  $\frac{9}{5}$

b)  $\frac{12}{7}$

5.- Los estudiantes convierten los siguientes números mixtos a fracción impropia:

a)  $2\frac{1}{5}$

b)  $3\frac{2}{3}$

#### AE 4: Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales

##### Actividades

1.- El docente recuerda a sus estudiantes las multiplicaciones y divisiones de decimales por 10, 100, 1000, etc. y les reitera los procedimientos establecidos en conjunto acerca de esas operaciones. Les dice que van a utilizar esos procedimientos para multiplicar decimales por decimales, es decir, que van a buscar procedimientos para realizar multiplicaciones del tipo  $0,5 \cdot 6$  o  $0,4 \cdot 0,2$  o  $1,5 \cdot 0,25$ , etc.

En primer lugar trabaja con multiplicaciones de números naturales por 0,1, por ejemplo,  $6 \cdot 0,1$ . Al respecto les pide que elaboren una estrategia para realizar esta multiplicación, les recuerda que  $0,1 \Leftrightarrow 1:10$ .

El docente revisa las estrategias formuladas por sus estudiantes y en conjunto concluyen que

$$6 \cdot 0,1 = 6 \cdot \frac{1}{10} = \frac{6}{10}, \text{ y como } \frac{6}{10} = 0,6 \text{ concluyen que } 6 \cdot 0,1 = 0,6$$

Les propone que den los resultados de las siguientes multiplicaciones:

-  $6 \cdot 0,01$

-  $6 \cdot 0,001$

Revisa con ellos sus resultados y les pide que realicen otras multiplicaciones de números naturales de dos cifras por 0,1, 0,001, 0,0001, etc.

A continuación les propone que:

- Den procedimientos para multiplicar números naturales de una y dos cifras por estos decimales.

- Extiendan el procedimiento a multiplicaciones de números naturales de más de dos cifras por estos números decimales.

El docente en conjunto con sus estudiantes revisa los procedimientos formulados y establecen que para obtener el resultado de la multiplicación entre un número natural y un decimal se debe:

- Expresar el número natural en forma decimal, por ejemplo, 6 como 6,0, 35 como 35,0, etc.

- La coma se corre a la izquierda de acuerdo a la cantidad de cifras de los números decimales, por ejemplo, si se multiplica por 0,001 la coma se corre tres veces a la izquierda.

De esta manera,

$$467 \cdot 0,01 = 467,0 \cdot 0,01 = 4,670$$

$$3478 \cdot 0,00001 = 3478,0 \cdot 0,00001 = 0,34780$$

2.- Utilizan los procedimientos anteriores para elaborar maneras de multiplicar decimales por decimales. Por ejemplo, para multiplicar  $0,6 \cdot 0,5$ , al respecto:

- Expresan  $0,6$  como  $6 \cdot 0,1$  y  $0,5$  como  $5 \cdot 0,1$

De esta manera,  $0,6 \cdot 0,5$  queda expresado en la forma  $5 \cdot 6 \cdot 0,1 \cdot 0,1$ , es decir, en la forma  $5 \cdot 6 \cdot 0,01$

- Multiplican  $5$  y  $6$  y al resultado  $30,0$  se corre la coma dos veces a la izquierda.

Los estudiantes realizan las siguientes multiplicaciones utilizando el procedimiento elaborado:

- $0,63 \cdot 0,5$
- $0,324 \cdot 0,23$
- $0,24 \cdot 0,578$

Generalizan el procedimiento a multiplicaciones del tipo  $2,7 \cdot 0,8$  y  $3,45 \cdot 5,645$

**3.-** El docente da procedimientos a sus estudiantes para realizar divisiones entre números naturales donde el resultado no es un número exacto, por ejemplo, divisiones del tipo  $8:5$  o del tipo  $15:18$ . Respecto a los resultados les dice que:

- La división  $8:5=1,6$
- El resultado de la división  $15:18=0,8333...$  y que una aproximación de ella es  $0,83$  o  $0,833$ , etc.

Pide a sus estudiantes que realicen las siguientes divisiones:

- a)  $9:6$       b)  $7:14$       c)  $14:35$       d)  $45:8$       e)  $72:15$

Que den resultados aproximados de las siguientes divisiones:

- a)  $5:7$       b)  $71:15$       c)  $194:36$       d)  $457:89$       e)  $1235:72$

**4.-** El docente dice a sus estudiantes que van a utilizar los procedimientos ya trabajados para elaborar procedimientos para dividir decimales por decimales, es decir, que van a buscar procedimientos para realizar divisiones del tipo  $0,5:0,4$  o  $0,48:0,24$ , etc.

En el caso de la división  $0,5:0,4$ ,

- Expresan esta división en la forma  $\frac{0,5}{0,4}$
- Expresan el numerador en la forma  $5 \cdot 0,1$  y el denominador en la forma  $4 \cdot 0,1$
- De esta manera,  $\frac{0,5}{0,4}$  queda expresada en la forma  $\frac{5 \cdot 0,1}{4 \cdot 0,1}$ , que es igual a  $\frac{5}{4}$ , es decir, a  $1,25$

El docente en conjunto con sus estudiantes concluyen que el resultado de la división se obtiene al correr una vez a la derecha la coma en el numerador y en el denominador. Les propone que apliquen la estrategia anterior para realizar las siguientes divisiones:

- $0,7:0,8$
- $0,6:0,5$

A continuación les propone que elaboren procedimientos para realizar la división  $0,48:0,24$ .

Revisan en conjunto los procedimientos presentados y concluyen que el resultado de esta división se obtiene corriendo dos veces la coma a la derecha tanto en el dividendo como en el divisor, en este caso  $\frac{48}{24}$ , es

decir, a 2

Les propone que apliquen la estrategia anterior para realizar las divisiones:

-  $0,75 : 0,82$

-  $0,63 : 0,56$

A continuación les pide que establezcan un procedimiento para realizar divisiones del tipo  $2,75 : 3,81$ ,  $0,987 : 0,814$  y que extiendan esos procedimientos para realizar divisiones de la forma  $5,9082 : 4,8716$

El docente en conjunto con sus estudiantes utilizan los procedimientos anteriores para establecer procedimientos que permitan dividir números decimales cualesquiera. Propone a sus estudiantes que realicen las siguientes divisiones:

a)  $1,934 : 2,5$

b)  $0,345 : 7,2$

c)  $6,54 : 0,02$

#### **AE 5: Estudiar regularidades en la multiplicación y división de fracciones y números decimales positivos utilizando la calculadora.**

##### **Actividades**

**1.-** Descubren regularidades en las multiplicaciones:

a)  $2,5 \times 2,5$ ;  $2,5 \times 2,5 \times 2,5$ ;  $2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5$ ;.....

b)  $0,2 \times 0,2$ ;  $0,2 \times 0,2 \times 0,2$ ;  $0,2 \times 0,2 \times 0,2 \times 0,2$ ;.....

**2.-** Descubren regularidades en las divisiones:

a)  $1/2 : 1/2$ ;  $(1/2 : 1/2) : 1/2$ ;  $((1/2 : 1/2) : 1/2) : 1/2$ ;.....

b)  $1/2 : 1/4$ ;  $(1/2 : 1/4) : 1/8$ ;  $((1/2 : 1/4) : 1/8) : 1/16$ ;.....

#### **AE 6: Demostrar que comprenden las razones utilizando material concreto, en forma gráfica y simbólica.**

##### **Actividades**

**1.-** El docente define el concepto de razón y les habla de la importancia que tiene en la resolución de problemas de la vida cotidiana. Les dice, que las razones se utilizan para comparar cantidades, por ejemplo, les dice que para:

- Comparar la cantidad de alumnas con la cantidad de alumnos en un sexto básico donde la cantidad de alumnas es 12 mientras que la cantidad de alumnos es 24 se utilizan las razones.

En este caso se dice que la razón entre alumnas y alumnos en el curso es 12 a 24 o 1 a 2.

- Comparar los años entre un padre y su hijo, donde el padre tiene el triple de la edad del hijo se utilizan las razones. En este caso les dice, la razón entre la edad del hijo y la edad del padre es 1 a 3.

Les propone que indaguen en Internet acerca de las siguientes cantidades y que comparen algunas de esas medidas utilizando las razones:

- Poblaciones de los países de América Latina. Se pide que comparen las poblaciones de Chile con las poblaciones de los otros países y que de conclusiones al respecto.

-Cantidad de clubes de fútbol profesional en Chile. Se pide que comparen la cantidad de clubes que hay en la Región Metropolitana con las de las otras regiones.

El docente revisa las respuestas de sus estudiantes y les dice que en el caso de las poblaciones la razón es aproximada, y les da sus motivos, y les entrega esas aproximaciones; en el segundo caso les dice la razón es exacta y les entrega los resultados correctos.

**2.-** El docente resuelve una serie de ejercicios relativos a razones dando los pasos necesarios para su resolución, ellos son:

- Establecer la razón entre las cantidades en cuestión.
- Determinar la ecuación asociada al problema.

Da a sus estudiantes una serie de razones en que se encuentran cantidades y les pide que las utilicen para resolver problemas. Por ejemplo, les dice la razón entre los pesos de dos personas es 2 a 3, al respecto les pide:

- Que determinen el peso de la persona de menor peso cuando la otra persona pesa 90 kilos.
- Qué creen que debiera pasar en los pesos de esas personas para que la razón de los pesos sea 4 a 5.

Revisa los pasos dados por los estudiantes, en particular la ecuación planteada y su resolución.

**AE 7: Demostrar que comprenden porcentajes (limitado a números naturales) con material concreto, gráficamente, y simbólicamente.**

**AE 8: Establecer la relación que existe entre porcentajes y su expresión como fracción o decimal y aplicarla en la resolución de problemas.**

#### Actividades

**1.-** El docente da a conocer a sus estudiantes el significado de porcentaje. Les dice que el porcentaje es una razón con consecuente 100, y que por lo tanto, se utiliza para comparar una cantidad con 100. De esta manera, les dice:

- 25% expresa la razón 25 a 100, lo que significa que por cada 100 cantidades se toman 25.
- 30% expresa la razón 30 a 100, lo que significa que cada 100 cantidades se toman 30.

A continuación los estudiantes interpretan información que proviene desde diferentes contextos que involucran porcentajes. Por ejemplo:

*Explica la siguiente relación porcentual "el 30% de los niños del colegio tiene caries".*

El docente explica a sus estudiantes que una manera de entender este concepto es través de la asociación con las fracciones propias y los decimales asociados. Hace las siguientes asociaciones:

$$1 \Leftrightarrow 1,0 \Leftrightarrow 100\%$$

$$\frac{1}{2} \Leftrightarrow 0,5 \Leftrightarrow 50\%$$

$$\frac{1}{4} \Leftrightarrow 0,25 \Leftrightarrow 25\%$$

$$\frac{3}{4} \Leftrightarrow 0,75 \Leftrightarrow 75\%$$

Y las representa en la recta numérica.

Pide a sus estudiantes que completan la siguiente tabla que relaciona fracciones, decimales y porcentajes.

<b>Fracción</b>	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$				
<b>Decimal</b>	0,5				0,8		0,3	
<b>Porcentaje</b>	50%					20%		90%

El docente revisa con sus alumnos las asociaciones y entrega los resultados correctos.

**2.-** El docente recuerda a sus estudiante que la palabra *de* significa en simbología matemática por, es decir,  $de \rightarrow \bullet$  y que como, por ejemplo, el 25% corresponde a  $\frac{25}{100}$ , entonces calcular el 25% de 40 equivale a

resolver la multiplicación  $\frac{25}{100} \cdot 40$ , de esta manera el 25% de 40 es 10.

Muestra otros ejemplos:

- 30% de 60  $\Leftrightarrow \frac{30}{100} \cdot 60 = 18$

- 70% de 15  $\Leftrightarrow \frac{70}{100} \cdot 15 = 10,5$

Pide a sus estudiantes que calculen los siguientes porcentajes, que grafiquen en la recta numérica los resultados anteriores y que argumente respecto a los resultados obtenidos.

- 50% de 8
- 20% de 15
- 70% de 25
- 50% de 120

A continuación les pide que calculen los porcentajes anteriores transformando el porcentaje en un decimal, describiendo el procedimiento utilizado en forma oral o escrita.

**3.-** Resuelven problemas y responden preguntas relativas a cálculos de porcentajes

- Responden las siguientes preguntas acerca del significado de porcentaje:

- ¿Qué significa que una cantidad sea el 50% de la otra?
- ¿Existe alguna relación entre la razón 1 es a 2 y el 50% de algo?
- ¿Cuántos minutos son 0,5 horas? ¿Cuántos minutos son el 50% de 1 hora? ¿Cuántos minutos son la mitad ( $1/2$ ) de 1 hora?

- Resuelven los siguientes problemas:

- En un colegio de 1.200 estudiantes el 40% son varones, ¿qué porcentaje corresponde a las damas?
- Por comprar un auto al contado a una persona le hacen el 10% de descuento, si el auto cuesta \$7.000.000, ¿cuánto dinero pagó por el auto si la compra la hizo al contado?
- En un supermercado tienen la siguiente política: los días lunes todas las compras tienen un 6% de descuento.

Si una persona compra un lunes una 5 kilos de arroz, 2 kilos de azúcar, 3



*litros de aceite y 2 kilos de tomate. ¿Cuánto pagó por la compra si el precio de lista de 1 kilo de tomates es \$600, el kilo de arroz \$800, el kilo de azúcar \$550 y el litro de aceite \$1.200?*

**4.-** El docente explica a sus estudiantes el significado que tiene la palabra variación y lo hace a través de un ejemplo. Le dice que si en un colegio el año 2010 la matrícula fue de 1.000 estudiantes y en el año 2011 la matrícula fue de 1.200 alumnos, entonces el colegio experimentó una variación de 200 estudiantes. Al respecto, les muestra que:

- La variación se calcula restando la cantidad final con la inicial, en el caso anterior:  $1.200 - 1.000$

Les propone que calculen las variaciones experimentadas por las siguientes cantidades:

- La variación que experimenta el área de un cuadrado cuando el lado varía de 5cm a 6cm.

- La variación experimentada en el precio de una casa entre los años 2009 y 2011 cuando la casa costaba en el año 2009 \$45.000.000 y en el año 2011 \$53.500.000

**5.-** Los estudiantes resuelven problemas en los que se conocen datos iniciales y el porcentaje de aumento o disminución de un producto. El docente les explica, a través de un ejemplo, que si un artículo cuesta \$1.000 y su precio aumenta en un 50%, entonces:

- El porcentaje de aumento es 50% de 1.000, es decir \$500.

- El precio final se obtiene sumando al precio inicial el aumento, es decir, a los \$1.000 iniciales se le suma el aumento de \$500, lo que da un total de \$1.500.

A continuación les muestra que si el precio de un par de zapatos que inicialmente costaba \$20.000 disminuye un 10%, entonces el precio final del par de zapatos es \$20.000 menos el descuento \$2.000 que corresponde al 10% de 20.000, lo que da \$18.000

Les propone que resultan los siguientes problemas relativos a variaciones:

- La cantidad de estudiantes de un colegio que inicialmente era de 2.000, disminuyó en un 5%, ¿cuál es la cantidad de estudiantes que hay actualmente en el colegio?

- Un estudiante de sexto básico aumentó sus notas en un 20% en el segundo semestre. Si el promedio de las notas en el primer semestre fue de 6,0. ¿Cuál fue el promedio de notas en el segundo semestre?

#### **Observaciones al docente**

Es importante considerar los procedimientos utilizados por los estudiantes para calcular estos aumentos o disminuciones, y el referente respecto del que se calculan los porcentajes. Este ejemplo puede complementarse con otros extraídos del texto de matemática.

Se sugiere trabajar exhaustivamente situaciones acerca de aumentos o disminuciones de cantidades en porcentajes dados, ya que la comprensión de los procesos asociados a estos cálculos, es compleja para los estudiantes.

#### **AE 9: Formular y verificar conjeturas respecto del comportamiento de algún fenómeno mediante el estudio de variaciones porcentuales.**

##### **Actividades**

**1.-** El docente en conjunto con sus estudiantes estudian las indagaciones hechas por ellos respecto a las variaciones de los precios de artículos de consumo experimentadas durante los últimos 6 años:

Año A : 2%

Año B : 4%

Año C : 3%

Año D : 6%

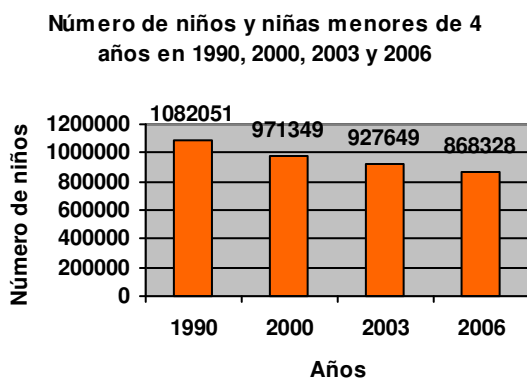
Año E : 4%

Año F : 8%

El docente pregunta a sus estudiantes cuál es la regularidad que observan en la variación de porcentajes.

Posteriormente les pregunta acerca de la conjetura que formularían acerca de la variación de precios en el año L.

2.- Los estudiantes formulan y verifican conjeturas acerca de la variación de porcentajes presentados en tablas o gráficos. Por ejemplo: Observan el siguiente gráfico de barra:



Fuente: Encuesta de Caracterización Socioeconómica Nacional. Casen 2006. Mideplan

- Verifican la siguiente estimación: "entre 1990 y 2006 la población de niños y niñas menores de 4 años ha disminuido alrededor de un 20%"

Estiman la variación de porcentaje que experimentará esta población en el año 2012 respecto al año 1990.

#### Observaciones al docente

Por ejemplo, una posibilidad sería que construyan una secuencia con los datos que disponen respecto al número de niños y niñas en los años del gráfico y luego calculen los porcentajes de disminución respecto a los años de las mediciones anteriores de modo que puedan identificar una tendencia en la disminución porcentual de la población de niños y niñas.

#### AE 10: Resolver problemas en contextos diversos que:

- **Involucran las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, fracciones y decimales positivos.**

#### Actividades

1.- Resuelven problemas en contextos matemáticos:

- Acerca de fracciones. Por ejemplo, ¿qué número debes sumar al numerador y restar al denominador de la fracción  $\frac{2}{7}$  para obtener la fracción  $\frac{5}{13}$ ?
- ¿Por qué número debes dividir  $\frac{1}{2}$  para obtener  $\frac{1}{10}$ ? Paquetes de tallarines
- ¿Cuál cantidad es mayor, el 10% de 17, o el 17% de 10?

2.- En contextos cotidianos:

- Camilo acompaña a su mamá a comprar al supermercado. Ella está indecisa si llevar 5 paquetes de fideos de 400 gramos cada uno, o comprar 2 paquetes de 1 kilos del mismo fideo. Los precios son los siguientes: el paquete de 400 gramos vale \$430, mientras que el paquete de 1 kilo vale \$1.090.
- Una persona tiene una deuda de \$25.000. Paga la quinta parte y el resto en 8 cuotas iguales. ¿Cuánto paga por cada cuota?

**3.-** Responden preguntas relativas a situaciones en que se utilizan números decimales. Por ejemplo:  
*En clase de Ciencias, María observó en el microscopio una hormiga. A ella le interesaba investigar las patas de las hormigas. Específicamente deseaba saber si estos insectos tienen pelos, algún tipo de dedos, talones o algo parecido a otros animales.*

*Para responder a sus interrogantes utilizó el microscopio con el fin de ampliar el tamaño de este insecto y observar las patas y otros detalles que no era posible distinguir a simple vista. En primer lugar, aumentó el tamaño (el largo) de la hormiga al doble, luego al triple y, finalmente, al cuádruplo.*

- Si la hormiga de María mide de largo aproximadamente 0,4 cm. ¿Cuál era la longitud cuando se amplió al doble?, ¿al triple?, ¿al cuádruplo?

- Al observar solamente las patas de la hormiga, María se dio cuenta de que ampliar al triple no era suficiente, pero ampliar al cuádruplo era demasiado. Entonces, decidió ampliar la hormiga 3,5 veces su tamaño.

¿De qué longitud (largo) se veía la hormiga luego de la ampliación?

**4.-** Resuelven problemas relativos a multiplicaciones de fracciones. Por ejemplo:

*Camila se come la cuarta parte de una caja de 24 chocolates y Carlos la mitad del resto, ¿qué fracción de los bombones se come Carlos?*

**5.-** Resuelven problemas en contextos matemáticos que impliquen multiplicar decimales positivos y evalúan el resultado en función del enunciado. Por ejemplo,

Determinan el número en el siguiente problema:

*¿Qué número multiplicado por 0,2 es menor que 0,07 y mayor que 0,05?*

Evalúan la solución obtenida

**6.-** Resuelven problemas relativos a multiplicaciones de fracciones de manera mental. Por ejemplo,

*De una deuda de \$150.000 pago la mitad y posteriormente de lo que queda pago la cuarta parte, ¿qué fracción de la deuda queda por pagar?*

## Actividad de Evaluación (Números y Álgebra 6° Básico)

### Aprendizaje Esperado:

**Identificar las regularidades en la multiplicación y división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000.**

### Indicadores de Evaluación:

- Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al multiplicar un número decimal por 10, 100 ó 1.000. Por ejemplo: Responden a preguntas como las siguientes:  
 ¿Qué sucede con el producto cuando se multiplica 3,2 por 10?  
 ¿Qué relación existe entre el número 3,09 y su producto al multiplicar por 100?
- Realizan cálculos mentales de un número decimal multiplicando por 10, 100 o 1.000 utilizando las regularidades obtenidas.
- Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al dividir un número decimal por

10, 100 ó 1.000. Por ejemplo: Responden a preguntas como las siguientes:

¿Qué sucede con el cuociente cuando se divide 43,5 por 10?

¿Qué relación existe entre el número 13,8 y su cuociente al dividir por 100?

- Realizan cálculos mentales de un número decimal dividiendo por 10, 100 o 1.000 utilizando las regularidades obtenidas.

**Instrucciones:**

Deberás completar la tabla con datos referidos a la multiplicación por 10, 100 o 1000, responde a las preguntas planteadas.

**Actividad de Evaluación**

La siguiente tabla indica la multiplicación de distintos decimales por los números 10, 100 y 1000.

Columna A	Columna B	Columna C	Columna D
Número decimal d	10 x d	100xd	1000xd
1.3476	13.476	134.76	1347.6
2.8501			
0.5423			
0.0545			
0.0034			
0.5640			
1.222			
3.333			
12.2323			

1. Completa la tabla. A partir de los datos obtenidos responde las siguientes preguntas:

2. ¿Cuáles son los valores posicionales de los números decimales en las distintas columnas (A, B, C y D)?. Justifica tu respuesta.

3. ¿En cuánto varían los valores posicionales al pasar de una columna a otra? Justifica tu respuesta.

4. A partir de lo observado en la tabla propón un procedimiento para multiplicar por 10, 100 o 1000 sin hacer uso del algoritmo de la división.

3. Verifica tu algoritmo, calculando mentalmente el siguiente producto y comprobándolo enseguida con una calculadora:

a) 17. 0365x100      b) 0.035x 10      c) 0,0011 x 1000

**Criterios de Evaluación.**

**Esta evaluación se enfoca en:**

- La identificación de patrones que permitan proponer un procedimiento para multiplicar por 10.
- La identificación de patrones que permitan proponer un procedimiento para multiplicar por 100.
- La identificación de patrones que permitan proponer un procedimiento para multiplicar por 100.
- La verificación de los procedimientos.

## UNIDAD 2

### Números y Álgebra II

#### Propósito de la unidad

En esta unidad se introducen las potencias, específicamente las de base y exponente natural, y las ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales. En ambos casos, el énfasis está puesto en la comprensión de los conceptos y la búsqueda de procedimientos de solución, por sobre la aplicación mecánica de reglas y procedimientos rutinarios. Se espera, además, que los estudiantes sean capaces de interpretar expresiones algebraicas en contextos diversos, como por ejemplo, los geométricos.

De este modo, la unidad propone un trabajo integrado de los ejes de números y álgebra.

#### Conocimientos previos

- Múltiplos, factores y divisores de números naturales.
- Descomposición multiplicativamente de números naturales.
- Multiplicación y división con números naturales.
- Conjeturar respecto a propiedades de las operaciones con números naturales.
- Resolución de problemas que involucren multiplicaciones y divisiones con números naturales.

#### Conceptos claves

Potencia de base y exponente natural – ecuación de primer grado - expresión algebraica.

#### Contenidos disciplinares

- Uso de potencias de base y exponente natural para representar grandes números.
- Multiplicación y división de potencias.
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Expresiones algebraicas en diversos contextos.

#### Habilidades

- Aplicar el concepto de potencia en diversas situaciones.
- Identificar regularidades en la multiplicación y división de potencias.
- Verificar procedimientos para multiplicar y dividir potencias.
- Resolver problemas que involucren potencias de base 10, mediante cálculo mental.
- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Verificar las soluciones de una ecuación de primer grado con una incógnita.
- Representar, mediante expresiones algebraicas, situaciones numéricas y geométricas.

#### Actitudes

- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<b>1.- Expresan potencias de base 10 y exponente natural y las aplican en situaciones diversas.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explican que al calcular el área de un cuadrado se puede expresar el resultado utilizando potencias (cm<sup>2</sup> m<sup>2</sup>)</li> <li>Escriben una multiplicación iterada como una potencia de base y exponente natural, por ejemplo: <math>5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5</math>.</li> <li>Obtienen el valor de una potencia. Por ejemplo, <math>3^2 = 9</math></li> <li>Escriben números grandes descomponiéndolos y utilizando dígitos y potencias de 10. (ej <math>2.341 = 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 1 \times 10^0</math>)</li> </ul>
<b>2.- Identificar regularidades al multiplicar y dividir potencias de igual base y exponente natural.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representan gráficamente multiplicaciones de dos potencias de igual base. (ej <math>10 \times 10 = 10^2 = 100</math>)</li> <li>Identifican las regularidades que se producen en la multiplicación de potencias de igual base. Por ejemplo, observan que al multiplicar <math>2^3 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2)</math> y que esto es igual a <math>2^{3+2} = 2^5</math></li> <li>Multiplican potencias de 10 por potencia de 10 identificando la regularidad (Ej <math>10 \times 10 = 10^2 = 100</math> <math>10 \times 10 = 10^3 = 1000</math> etc)</li> <li>Utilizan estrategias de cálculo mental y escrito para multiplicar potencias de 10.</li> <li>Multiplican potencias de igual base o potencias de igual exponente utilizando, como procedimientos, las regularidades identificadas.</li> <li>Dividen potencias de igual base. Por ejemplo, observan que al dividir <math>2^3 : 2^2 = (2 \times 2 \times 2) : (2 \times 2)</math> y que esto es igual a <math>2^{3-2} = 2^1</math></li> </ul>
<b>3.- Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas utilizando letras como variables.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de cualquier rectángulo dado</li> <li>Escriben y explican la fórmula para encontrar el área de cualquier rectángulo dado.</li> <li>Traducen situaciones expresadas en lenguaje natural a expresiones algebraicas y viceversa utilizando letras. Por ejemplo expresiones del tipo "el triple de un número", "un número aumentado en dos", "el triple, de un número disminuido en la unidad" las expresan como <math>3x</math>, <math>x + 2</math> y <math>3(x - 1)</math> respectivamente</li> <li>Desarrollan y justifican las ecuaciones con variables que ilustran la propiedad conmutativa de la suma y multiplicación (por ejemplo, <math>a+b=b+a</math> o <math>a \times b = b \times a</math>)</li> <li>Representan una regla de un patrón con un simple expresión matemática, tales como <math>4d</math> o <math>2n + 1</math></li> </ul>
<b>4.- Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales verificando la igualdad.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifican una ecuación de primer grado. Por ejemplo, dada la ecuación <math>7x + 1 = 15</math> la reconocen como una ecuación de primer grado.</li> <li>Verifican que un número natural es solución de una ecuación de primer grado. Por ejemplo verifican que el</li> </ul>

	números 2 es solución de la ecuación $7x + 1 = 15$ , sustituyendo "x" por 2 en la ecuación y verifican la igualdad.
<b>5.- Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la vida cotidiana.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelven ecuaciones de primer grado utilizando distintas estrategias. Por ejemplo: <math>2x + 3 = 25</math> lo escriben como <math>2x + 3 = 2 \cdot 11 + 3</math>, obteniendo, igualando términos, como solución <math>x=11</math></li> <li>Justifican las estrategias utilizadas al resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.</li> </ul>
<b>6.- Verificar soluciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita obtenidas en la resolución de ellas, mediante sustitución de la incógnita o el análisis del contexto.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprueban sustituyendo el valor de la incógnita el valor obtenido en la resolución de una ecuación.</li> <li>Verifican la solución de una ecuación analizando el contexto.</li> </ul>

### En relación a los OFT, estos aprendizajes promueven

#### Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos.

- Participa de manera propositiva en actividades grupales.
- Es responsable en la tarea asignada.
- Toma iniciativa en actividades de carácter grupal.
- Propone alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

### Observaciones al docente. 6° Básico. Números y Álgebra II (2)

Esta unidad ofrece la posibilidad a los estudiantes de trabajar con potencias, para lo cual se recomienda al docente la utilización de variados contextos que pueden motivar a los estudiantes y mostrar la conveniencia de usar un método que permita representar y operar con grandes cantidades de manera abreviada. Por ejemplo, las cifras astronómicas o situaciones que desafíen sus capacidades de asombro, tales como cuántos átomos hay en una gota de agua, cuántos granos de arena hay aproximadamente en una playa o cuántas estrellas existen en el universo.

En el nivel, se enfatiza la identificación de regularidades y la verificación de procedimientos en la operatoria con potencias, lo cual tiene como propósito relevar e intencionar el que los estudiantes aprendan a buscar, diseñar y probar procedimientos matemáticos, más que aplicar aquellos entregados por el docente. En otras palabras, no solo se busca que los estudiantes aprendan a operar con las potencias, sino también, que en este proceso desarrollen habilidades y actitudes matemáticas, tales como la formulación y verificación de conjeturas. Las actividades propuestas deben contemplar regularidades que los estudiantes puedan identificar a través de la observación en la repetición de procedimientos de cálculos. De este modo y guiados por el docente, los estudiantes serían capaces de descubrir por sí solos las propiedades que se dan en la multiplicación y división de potencias, valorándolas como un aporte en la simplificación del cálculo.

En cuanto a las expresiones algebraicas, se recomienda construir actividades y desafíos que les permitan construir representaciones visuales y dar sentido a los objetos matemáticos. Por lo tanto, el uso de materiales concretos, representaciones gráficas mediante software o páginas web con material interactivo a esta edad son un requisito casi indispensable.

Para favorecer la comprensión de las ecuaciones de primer grado con una incógnita, se propone la determinación del valor desconocido por medio de la igualación de los términos de una ecuación como agregado al método tradicional, que consiste en aplicar la misma operación a ambos lados de la igualdad. De este modo, se intenta evitar que los estudiantes realicen rápidas generalizaciones que conlleven a errores conceptuales que posteriormente son difíciles de corregir.

## Ejemplos de actividades

### AE 1: Expresan potencias de base 10 y exponente natural y las aplican en situaciones diversas.

#### Actividades

1.- El docente muestra a sus estudiantes la multiplicación iterada como una potencia de base y exponente natural, al respecto, les muestra, por ejemplo que:

$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \text{ y que } 3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Les pide:

- Expresar en términos de multiplicaciones  $6^3$ ,  $7^5$ ,  $12^5$

- Expresen en forma de potencia las multiplicaciones

a)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$       b)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Les dice que en el caso de multiplicaciones del tipo  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$  esta se expresa en la forma  $3^7 \cdot 4^4$

Les pide:

- Expresar en términos de multiplicaciones  $6^3 \cdot 8^2$ ,  $7^2 \cdot 9^3$ ,  $12^5 \cdot 14^3$

- Expresen en forma de potencia las multiplicaciones

a)  $5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$       b)  $4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

2.- El docente trabaja con sus estudiantes la escritura en potencias de cantidades en contextos. Por ejemplo, escriben como potencia:

- El número de rectángulos que resultan al doblar una determinada cantidad de veces una hoja de papel.

- La masa del planeta.

- Las toneladas de basura que produce el país en un año.

A continuación les pide que indaguen en Internet acerca de situaciones donde intervienen potencias y que las presenten en la clase.

3.- El docente utiliza las potencias para realizar representaciones en contextos matemáticos. Por ejemplo, para descomponer números naturales utilizando potencias de diez.

Les muestra que 3456 se puede descomponer en términos de potencias de 10:

$$3456 \text{ se expresa como } 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0.$$

Como  $10^3$  representa la cifra de las unidades de mil,  $10^2$  representa la cifra de las centenas,  $10^1$  representa la cifra de decenas y  $10^0$  la cifra de las unidades, concluyen que la expresión  $3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$  corresponde a 3 unidades de mil, 4 centenas, 5 decenas y 6 unidades, es decir, el número 3456.

Les pide que descompongan en potencias de 10 los siguientes números y que interpreten la descomposición en términos de la cifra de las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.



- a) 43560                      b) 1024                      c) 30457                      d) 345678

Ahora les pide que identifiquen el número que corresponde a las siguientes descomposiciones en potencias de 10:

a)  $5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$

b)  $3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$

c)  $2 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

**4.-** Los estudiantes descomponen números como 3500000 en la forma 35 por potencias de 10. Con este propósito el docente les sugiere que expresen este número en la forma  $35 \cdot 100000$  y que 100000 lo expresen como potencias de 10.

El docente en conjunto con sus estudiantes concluyen que  $3500000 = 35 \cdot 10^5$ .

Los estudiantes resuelven los siguientes cálculos empleando potencias:

a)  $3500000 \cdot 2500$

b)  $40000000 \cdot 3000$

c)  $60000000 \cdot 2000 \cdot 400$

d)  $300000 : 500$

e)  $15000000000 : 75000$

f) 
$$\frac{30000 \cdot 2000000}{6000 \cdot 500}$$

**5.-** Los estudiantes aplican la descomposición anterior para resolver problemas relativos a cálculos de áreas en contextos cotidianos. Por ejemplo:

- Calculan el área de una parcela de forma rectangular de 2km de largo y 1,5Km de ancho y la expresan en  $m^2$

- Calculan el ancho de un rectángulo de área  $36000000 \text{ cm}^2$  y largo 30000 cm.

**AE 2: Identificar regularidades al multiplicar y dividir potencias de igual base y exponente natural.**

### Actividades

**1.-** El docente presenta a sus estudiantes la siguiente multiplicación:  $3^4 \cdot 3^2$  y les pide que:

- La expresen en términos de multiplicaciones.
- La expresión de multiplicaciones la expresen en forma de potencias.
- Que comparen la multiplicación inicial  $3^4 \cdot 3^2$  con la expresión en potencias de las multiplicaciones.

El docente en conjunto con sus estudiantes revisan los procesos seguidos:

$$3^4 \cdot 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) \text{ primer proceso}$$

$$(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3^6 \text{ segundo proceso}$$

Comparan  $3^4 \cdot 3^2$  con  $3^6$

Concluyen que  $3^4 \cdot 3^2 = 3^{4+2}$

Repiten el mismo proceso con la multiplicación  $5^4 \cdot 5^3$ .

El docente en conjunto con sus estudiantes verifica el resultado anterior, es decir, que  $5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3}$

Concluyen que en la multiplicación de potencias de igual base y exponentes distintos se conserva la base y se suman los exponentes.

**2.-** El docente presenta ahora una multiplicación de potencias de base distinta y exponente igual, y les pide que, al igual que el caso anterior, formulen conclusiones.

Con este propósito les presenta la multiplicación  $2^4 \cdot 5^4$ , y les propone que intenten obtener alguna conclusión respecto a bases y exponente.

El docente en conjunto con sus estudiantes revisa lo hecho por ellos.

Concluyen que:

$$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = (2 \cdot 5)^4$$

Concluyen que en este caso, se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

Repiten el mismo proceso con la multiplicación  $6^3 \cdot 9^3$ .

El docente en conjunto con sus estudiantes verifica el resultado anterior, es decir, que  $6^3 \cdot 9^3 = (6 \cdot 9)^3$

Concluyen que en la multiplicación de potencias de igual exponente y bases distintas se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

**3.-** El docente presenta a sus estudiantes la siguiente división de potencias de igual base y exponentes distintos:  $5^6 : 5^2$  y les pide que:

- La expresen como una división
- Que el numerador y denominador de la división anterior la expresen en términos de multiplicaciones.
- Que simplifiquen la expresión obtenida y la expresen en potencias de 5.
- Que comparen la multiplicación inicial  $5^6 : 5^2$  con la expresión en potencias de 5 obtenida.

El docente en conjunto con sus estudiantes revisan los procesos seguidos:

$$5^6 : 5^2 = \frac{5^6}{5^2} \text{ primer proceso}$$

$$\frac{5^6}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} \text{ segundo proceso}$$

$$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 \text{ tercer proceso}$$

Comparan  $5^6 : 5^2$  con  $5^4$

Concluyen que  $5^6 : 5^2 = 5^{6-2}$

Repiten el mismo proceso con la multiplicación  $6^8 : 6^3$ .

El docente en conjunto con sus estudiantes verifican el resultado anterior, es decir, que  $6^8 : 6^3 = 6^{8-3}$

Concluyen que en la división de potencias de igual base y distinto exponente se conserva la base y se restan los exponentes.

4.- El docente presenta ahora una división de potencias de base distinta y exponente igual, y les pide que, al igual que el caso anterior, formulen conclusiones.

Por ejemplo, que formulen una conclusión a divisiones del tipo  $3^5 : 7^5$ .

El docente en conjunto con sus estudiantes revisan lo hecho por ellos.

Concluyen que

$$3^5 : 7^5 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) = \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

Concluyen que en este caso, se dividen las bases y se mantiene el exponente.

Repiten el mismo proceso con la división  $4^3 : 9^3$ .

El docente en conjunto con sus estudiantes verifican el resultado anterior, es decir, que  $4^3 : 9^3 = \left(\frac{4}{9}\right)^3$

Concluyen que en la multiplicación de potencias de igual exponente y bases distintas se dividen las bases y se mantiene el exponente.

### AE 3: Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas utilizando letras como variables.

#### Actividades

1.- El docente presenta a sus estudiantes la expresión  $2n$  donde  $n$  es un natural, les pide que den distintos valores a  $n$  y que registren los resultados en una secuencia. Luego de la revisión de los respuestas se concluye que se forma la secuencia 2, 4, 6, 8,.....

El docente dice a sus estudiantes que la expresión  $2n$  genera la secuencia anterior.

El docente presenta ahora la siguiente secuencia numérica a sus estudiantes:

1, 3, 5, 7,... y les pide que encuentren una expresión que la genere.

Revisa las propuestas presentadas por los estudiantes y concluyen que una posibilidad es que la expresión  $2n - 1$  genere la secuencia anterior.

#### Observaciones al docente

Se espera que los estudiantes puedan dar múltiples respuestas. Por ejemplo pueden escribir  $2n - 1$  como "una" posible regla de formación de la secuencia numérica dada. Lo importante es que los estudiantes no se queden con la idea de que existe "la" regla de formación para dicha secuencia, sino que muchas, por ejemplo,  $\frac{4n-2}{2}$  o  $(2n-1) + n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)$  generan los mismos primeros cuatro términos de esta secuencia.

**2.-** Los estudiantes representan propiedades de las operaciones mediante expresiones algebraicas. Por ejemplo:  $2+3=3+2$  lo escriben como  $m + n = n + m$ , ( $n$  y  $m$  números naturales) para describir la propiedad conmutativa de la adición en el conjunto de los números naturales.

**Observaciones al docente**

Los estudiantes hasta el nivel anterior han estudiado las propiedades de la adición y multiplicación por medio de casos concretos y numéricos. Como en este nivel se incorpora el álgebra es una buena oportunidad para recordar dichas propiedades y para la utilización de este nuevo lenguaje.

**3.-** Los estudiantes escriben expresiones algebraicas que representan perímetros o áreas de triángulos. Para lograr este propósito el docente guía a sus estudiantes. Por ejemplo, guía a sus estudiantes para que:

- Representan el perímetro  $3+3+3 = 3 \cdot 3$  de un triángulo equilátero de lado 3 en la forma  $a + a + a = 3a$ , donde  $a$  es su lado.

- Representan el área de un triángulo de base  $b$  y altura correspondiente  $h$  en la forma  $\frac{1}{2} a \cdot h$

**Observaciones al docente**

En niveles anteriores los estudiantes han resuelto problemas de perímetros sumando los lados de las formas geométricas dadas por el docente. Se sugiere que los estudiantes en este nivel puedan llegar a calcular perímetros utilizando expresiones algebraicas y no sólo sumando los lados de las formas geométricas dadas, lo mismo para el área.

**AE 4: Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales verificando la igualdad.**

**Actividades**

**1.-** El docente define el grado de una ecuación como el exponente de la incógnita. Los estudiantes utilizan esta definición para reconocer las ecuaciones que se presentan a continuación:

- La expresión  $2x + 3 = 5$  es una ecuación de primer grado con una incógnita.

- La expresión  $3x - y = 5$  es una ecuación de primer grado de dos incógnitas.

- La expresión  $x^2 + 5 = 6$  es una ecuación de segundo grado de una incógnita.

**2.-** El docente dice a sus estudiantes que un número es solución de una ecuación cuando al reemplazar su valor en la incógnita se satisface la igualdad. Por ejemplo, que 1 es solución de la ecuación  $2x + 3 = 5$ , ya que al reemplazar 1 en la incógnita  $x$ , se tiene que el lado izquierdo de la ecuación toma el valor  $2 \cdot 1 + 3$  cuya suma coincide con el valor 5.

Los estudiantes identifican cuál de las ecuaciones siguientes tiene solución 2.

-  $x + 4 = 5$

-  $3x - 3 = 3$

-  $9 = 5x - 1$

**AE 5: Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la vida cotidiana.**

**AE 6: Verificar soluciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita obtenidas en la resolución de ellas, mediante sustitución de la incógnita o el análisis del contexto.**

### Actividades

1.- El docente muestra a través de ejemplos como expresar números en la forma  $ax + b$ , donde  $a$  y  $b$  son números naturales. Por ejemplo, a expresar el número 17 en la forma  $2x + 5$ . Para lograr este propósito:

- Descompone 17 como  $12 + 5$  y el número 12 como  $2 \cdot 6$ , de esta forma  $17 = 2 \cdot 6 + 5$

El docente pide a sus estudiantes que descompongan los siguientes números en la forma que se pide:

- 26 en la forma  $2x + 14$

- 31 en la forma  $3x - 8$

2.- El docente toma la ecuación  $2x + 5 = 17$  y descompone 17 en la forma  $2x + 5$ , de esta manera  $2x + 5 = 17 \Leftrightarrow 2x + 5 = 2 \cdot 6 + 5$ , lo que significa que  $x = 6$ . De esta manera queda verificado que 6 es solución de la ecuación anterior.

A continuación pide a sus estudiantes que utilicen el método anterior para resolver las siguientes ecuaciones:

-  $2x - 1 = 25$

-  $29 = 3x + 5$

### Observaciones al docente

Se sugiere repasar la evaluación de expresiones algebraicas, proponiendo a sus estudiantes ejercicios de este tipo, por ejemplo, que evalúen la expresión  $8x + 9$  cuando  $x = 7$ , o la expresión  $3x + 4y - 2$ , cuando  $x = 2$  e  $y = 3$ .

Asimismo, el docente puede utilizar el texto de estudio del nivel para complementar estas actividades.

## Actividad de Evaluación (Números y Álgebra II 6° Básico)

### Aprendizaje Esperado:

Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas utilizando letras como variables.

### Indicadores de Evaluación:

- Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de cualquier rectángulo dado
- Escriben y explican la fórmula para encontrar el área de cualquier rectángulo dado.
- Traducen situaciones expresadas en lenguaje natural a expresiones algebraicas y viceversa utilizando letras. Por ejemplo expresiones del tipo "el triple de un número", "un número aumentado en dos", "el triple, de un número disminuido en la unidad" las expresan como  $3x$ ,  $x + 2$  y  $3(x - 1)$  respectivamente
- Desarrollan y justifican las ecuaciones con variables que ilustran la propiedad conmutativa de la suma y multiplicación (por ejemplo,  $a+b= b+a$  o  $a \times b= b \times a$ )
- Representan una regla de un patrón con un simple expresión matemática, tales como  $4d$  o  $2n + 1$

### Instrucciones:

Lea cada una de las situaciones que se plantean a continuación y responde las preguntas.

### Actividad de Evaluación

#### Situación 1.

*Una cartulina rectangular sus dimensiones son tales que la medida del largo de la cartulina es equivalente al triple de la medida de su ancho, mas dos unidades.*

*Preguntas:*

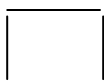
1) Si llamamos "x" a la medida del ancho de la cartulina. ¿Cómo se expresa la medida del largo de la cartulina en términos de x?

2) Si designamos por "a" la medida del largo de la cartulina

¿qué representa la expresión  $\frac{a-2}{3}$  en el contexto de la situación?

3) Si llamamos k al ancho de la cartulina, represente su área y su perímetro en términos de k.

#### Situación 2.



**F1**



**F2**

### Criterios de Evaluación.

- En la situación 1, se focaliza en la traducción del lenguaje natural al algebraico y a darle significados, en contextos específicos a expresiones algebraicas.
- Observar, a la hora de evaluar, que la respuesta a la pregunta tres puede tener más de una representación.

La figura F2 se obtiene de completar en la figura F1 un segundo cuadrado. Construya una tercera y una cuarta figura agregando un cuadrado a la vez, a la figura anterior. Para cada caso, cuente las líneas en cada figura y complete la siguiente tabla:

Figuras	1	2	3	4	5	6	7		n
Cantidad de Líneas	4	7							

#### Preguntas

1. ¿Con cuántas líneas se construye la quinta (F5) figura de este proceso?
2. ¿Cuál es el término general de la secuencia numérica que representa el número de líneas que contienen cada figura?

**SEMESTRE 2**



## UNIDAD 3 Geometría

### Propósito de la unidad

En esta unidad se estudian los ángulos en polígonos. Se espera que los estudiantes conozcan distintos tipos de ángulos, que aprendan a medirlos y construirlos utilizando distintas herramientas, y que apliquen estos conocimientos en la resolución de problemas y la formulación de conjeturas.

La unidad ofrece la oportunidad de trabajar los razonamientos inductivo y deductivo. El primero, a través de la observación de datos disponibles y la realización de generalizaciones basadas en la identificación de patrones. El segundo, a partir de la explicación y verificación de las generalizaciones realizadas utilizando sus conocimientos sobre ángulos. Al mismo tiempo, se busca presentar a los estudiantes una geometría contextualizada en distintos ámbitos del quehacer humano, incluyendo el matemático, a partir de la resolución de problemas diversos.

### Conocimientos previos

- Rectas paralelas y oblicuas.
- Ángulos, mayor, igual o menor que  $90^\circ$ .
- Ángulos entre rectas paralelas cortadas por una transversal.
- Medidas de ángulos usando un transportador.
- Planteamiento y resolución de ecuaciones.

### Conceptos claves

Ángulo opuesto por el vértice – ángulo interior – ángulo exterior – polígono – polígono regular.

### Contenidos disciplinares

- Cálculo de ángulos interiores y exteriores en polígonos.
- Suma de ángulos interiores y exteriores en polígonos.
- Ángulos en la circunferencia.

### Habilidades

- Formular conjeturas acerca de ángulos en polígonos, y verificarlas en casos particulares.
- Identificación de patrones a partir de datos observados y generalización de resultados
- Resolver problemas relativos a cálculos de ángulos

### Actitudes

- Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<b>1.- Demostrar que comprenden los ángulos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>identificando ejemplos de ángulos en el ambiente.</b></li> <li>• <b>Clasificando ángulos de acuerdo a sus medidas.</b></li> <li>• <b>estimando las medidas de ángulos utilizando 45°, 90° y 180° como ángulos de referencia.</b></li> <li>• <b>determinando ángulos en grados.</b></li> <li>• <b>dibujando y rotulando ángulos cuando la medida es específica.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionan ejemplos de los ángulos que se encuentran en el medio ambiente.</li> <li>• Identifican los elementos de un ángulo ; vértice y lados .</li> <li>• Clasifican un determinado conjunto de ángulos según su medida (por ejemplo, agudo, recto, obtuso, recto, reflejo)</li> <li>• Dibujan un ángulo de 45 °, 90 ° y 180 ° sin el uso de un transportador, y describen la relación entre ellos.</li> <li>• Estiman la medida de un ángulo usando como referencia el ángulo de 45 °, 90 ° y 180 °.</li> <li>• Miden, utilizando un transportador de ángulos, ángulos dados, en varias orientaciones.</li> <li>• Dibujan y nombran un ángulo específico en varias orientaciones con un transportador</li> <li>• Describen la medida de un ángulo como la medida de la rotación de uno de sus lados</li> <li>• Describen la medición de ángulos como la medida de un ángulo interior de un polígono.</li> </ul>
<b>2.- Resolver problemas relativos a ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelven problemas donde participen las relaciones matemáticas, de congruencia o complementariedad entre ángulos pertenecientes a un sistema de líneas paralelas cortadas por una transversal.</li> <li>• Realizan correctamente las operaciones que conducen a la solución del problema.</li> <li>• Verifican que el resultado obtenido sea solución del problema.</li> <li>• Comunican en forma oral o escrita las soluciones del problema</li> </ul>
<b>3.- Formular y demostrar conjeturas acerca de la suma de ángulos en:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Triángulos</b></li> <li>• <b>Cuadriláteros</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explican usando modelos que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es lo mismo para todos los triángulos</li> <li>• Explican usando modelos que la suma del interior de los ángulos de un cuadrilátero es lo mismo para todos los cuadriláteros.</li> <li>• Analizan datos, obtenidos empíricamente, de las medidas de ángulos interiores y exteriores de triángulos y formulan conjeturas sobre las posibles relaciones entre ellos. Las verifican aplicándolas a nuevos casos.</li> <li>• Conjeturan acerca de las relaciones posibles entre los ángulos interiores y exteriores en paralelogramos, a partir del conocimiento adquirido sobre las relaciones existentes entre los ángulos en un sistema de paralelas cortadas por una transversal.</li> </ul>

<b>4.- Resolver problemas en situaciones variadas que implican el cálculo de la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican los ángulos que se pide calcular y los datos necesarios para determinarlos.</li> <li>• Calculan ángulos en triángulos mediante observación directa de la información dada en el contexto de la resolución de problemas.</li> <li>• Plantean ecuaciones relativas a ángulos en triángulos y cuadriláteros en el contexto de la resolución de problemas.</li> <li>• Determinan condiciones que deben tener los ángulos de triángulos equiláteros y cuadrados para cubrir regiones del plano.</li> <li>• Evalúan resultados obtenidos relativos a cálculos de ángulos en función del problema.</li> </ul>

### Aprendizajes esperados en relación a los OFT

#### Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos.

- Tener un orden y método para el registro de información.
- Terminar los trabajos iniciados.
- Ser tenaz frente a la resolución de problemas matemáticos.

### Observaciones al docente

La unidad propone para este nivel el trabajo con ángulos en geometría Euclidiana, y su medida en el sistema sexagesimal. Luego se trabajan los ángulos en polígonos y en rectas paralelas cortadas por una transversal. Los estudiantes de este nivel, suelen ser concretos además de activos y de gustar del "hacer", por lo que el docente debiera evitar enfocar la unidad a un aprendizaje de nombres y reglas que conducen a la clasificación y optar por ofrecer a sus estudiantes actividades que promuevan el descubrimiento, la construcción, formulación de conjeturas y verificación de éstas a través de experiencias concretas. Si es cierto, la geometría usada para nombrar y clasificar se ajusta a un estilo de clase expositiva, priva a los estudiantes del verdadero sentido de la geometría escolar, el cual es, ofrecer oportunidades de desarrollo de habilidades tales como: visualización e imaginación espacial, estimación de medidas y el razonamiento hipotético deductivo.

En este contexto, las actividades propuestas debieran guiar en la observación de datos provenientes de la medida de ángulos interiores en triángulos, con el propósito de reconocer patrones en la suma de estos ángulos y realizar generalizaciones basándose en esos patrones. Solicitar que los estudiantes expliquen las conjeturas formuladas, es decir, la generalización realizada, utilizando su conocimiento de ángulos que han desarrollado en esta unidad y el conocimiento sobre triángulos y cuadriláteros que aprendieron en cursos anteriores.

Se sugiere al docente, previo al cálculo de ángulos, trabajar técnicas de planteamiento y resolución de ecuaciones y aplicar estas técnicas en el cálculo de ángulos en triángulos. Una vez que dominan esto, podrán trabajar el cálculo de ángulos en polígonos de más lados. Es importante que el docente focalice el trabajo en la deducción de resultados más que la memorización de fórmulas. Por ejemplo, si se está trabajando en el cálculo de ángulos en polígonos de siete lados y se desea saber la suma de sus ángulos interiores, guiar a los estudiantes a que deduzcan esta suma, por ejemplo, utilizando información relativa a la cantidad de triángulos que se forman en el polígono y que tienen un vértice en común.

Actividades de este tipo se prestan para observar y trabajar la perseverancia y rigor en el trabajo, tanto individual como en equipo.

## Ejemplos de actividades

### AE 1: Demostrar que comprenden los ángulos:

- **identificando ejemplos de ángulos en el ambiente.**
- **Clasificando ángulos de acuerdo a sus medidas.**
- **estimando las medidas de ángulos utilizando  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $180^\circ$  como ángulos de referencia.**
- **determinando ángulos en grados.**
- **dibujando y rotulando ángulos cuando la medida es específica.**

### Actividades

**1.-** El docente traza dos rectas que se cortan y pide a sus estudiantes que identifiquen algunos de los ángulos que se forman.

A continuación les presenta un pentágono y utilizando esta figura bidimensional define el concepto de ángulo interior y ángulo exterior.

Pide a sus estudiantes que identifiquen:

- Todos los ángulos interiores y exteriores de un octógono.
- Todos los ángulos interiores y exteriores de un dodecágono.

#### Observaciones al docente

Se sugiere al docente que defina a sus estudiantes un octógono como una figura de 8 lados, que la dibuje y que muestre alguno de sus ángulos interiores y el correspondiente ángulo exterior. Así mismo, que defina a sus estudiantes que un dodecágono es una figura de doce lados y que muestre alguno de sus ángulos interiores y el ángulo exterior correspondiente.

**2.-** El docente define el concepto de ángulo sexagesimal y pide a sus estudiantes que:

- Indaguen respecto a otros sistemas para medir ángulos.
- Caractericen 1 grado sexagesimal

#### Observaciones al docente

Se sugiere al docente revisar las indagaciones hechas por los estudiantes y concluir en conjunto con ellos que el sistema sexagesimal no es el único sistema que existe para medir ángulos. Se sugiere que muestre algún otro sistema de medida a sus estudiantes, y que a través de ejemplos realice las comparaciones entre el sistema sexagesimal y este otro sistema.

- Los estudiantes miden ángulos en diferentes figuras del entorno utilizando un transportador.
- Los estudiantes miden ángulos mediante herramientas tecnológicas, utilizando el grado sexagesimal como unidad de medida.

#### Observaciones al docente

Se sugiere al docente medir en conjunto con sus estudiantes ángulos de algunas figuras del entorno. A continuación se sugiere que revise las medidas que van obteniendo en el momento que las miden. Se aconseja medir ángulos con sus estudiantes cuando se ocupa una herramienta computacional y revisar sus mediciones en el momento que las realizan.

**AE 2: Resuelven problemas relativos a ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.**

### Actividades

**1.-** El docente caracteriza las rectas paralelas y pide a sus estudiantes que:

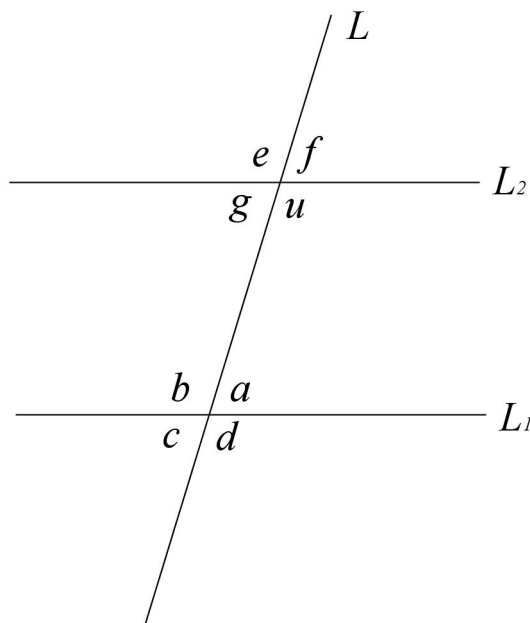
- Las identifiquen en contextos diversos.
- Tracen en su cuaderno dos líneas paralelas y una línea transversal a ellas.

### Observaciones al docente

Se sugiere al docente trabajar inicialmente la identificación de rectas paralelas y el trazado de una recta transversal a rectas paralelas en conjunto con sus estudiantes y una vez que se ha cerciorado que saben hacer la actividad deja que la realicen solos. Revisa estos trazados una vez que los estudiantes los han realizado.

- Identifiquen, por lo menos ocho ángulos que se forman entre la transversal y ellas: cuatro en la intersección entre esta transversal y cada recta paralela.

**2.-** El docente presenta a sus estudiantes la figura siguiente formada por dos rectas paralelas  $L_1$  y  $L_2$  cortadas por una transversal  $L$ , y los ángulos que se forman entre ellas y la transversal:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $u$

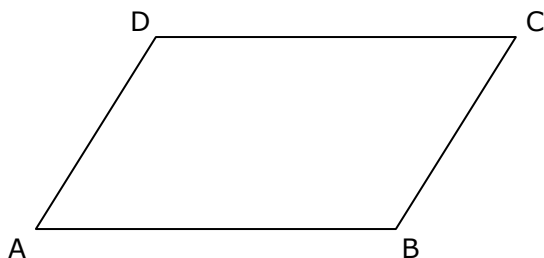


Les pide que establezcan 10 relaciones que se dan entre estos ángulos.

### Observaciones al docente

El docente muestra a sus estudiantes, por ejemplo, que una relación que se da entre esos ángulos es:  $a+b+e+f=360^\circ$ . A continuación les pide que den otra relación entre esos ángulos, la revisa en conjunto con ellos y determinan la relación correcta.

**3.-** El docente muestra a sus estudiantes el siguiente paralelogramo ABCD. Les pide que calculen todos sus ángulos interiores y todos sus ángulos exteriores cuando el ángulo A mide  $65^\circ$ .



### Observaciones al docente

El docente define a sus estudiantes a través de ejemplos lo que es un paralelogramo. Observan en conjunto que los lados opuestos son paralelos, por ejemplo, que AB es paralelo con DC. Posteriormente, aplicando sus conocimientos relativos a ángulos entre paralelas cortadas por una transversal calcula uno de ellos, por ejemplo el ángulo D, y les pide que calculen los otros ángulos. Revisa los cálculos hechos y en conjunto determinan sus valores correctos.

### AE 3: Formular y demostrar conjeturas acerca de la suma de ángulos en:

- Triángulos
- Cuadriláteros

### Actividades

**1.-** El docente pide a sus estudiantes que conjeturen acerca de la suma de los ángulos interiores en triángulos y que verifiquen la conjetura formulada.

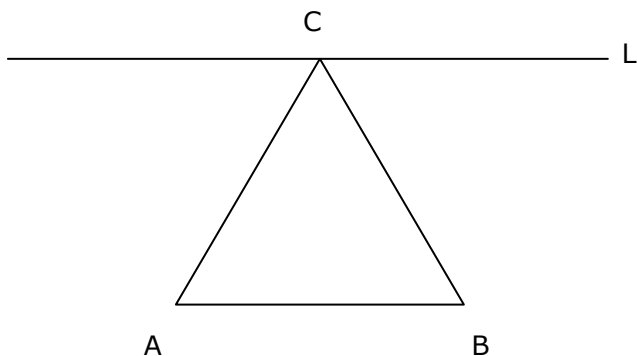
### Observaciones al docente

El docente presenta a sus estudiantes un triángulo equilátero y un triángulo rectángulo y les pide que midan sus ángulos interiores y que registren la suma de ellos, después les pide que repitan el mismo proceso en triángulos presentes en el entorno.

El docente dice a sus estudiantes que pueden usar transportadores o procesadores geométricos.

Una vez formulada la conjetura los guía para que la verifiquen. Con este propósito les sugiere que:

- Tracen una recta paralela a uno de los lados del triángulo y que pase por el vértice opuesto al lado, como muestra la figura.



- Prolonguen los lados AC y BC.

Les recuerda que tienen que tener presente para la verificación las relaciones que dan entre ángulos que se forman entre las rectas paralelas cortadas por una transversal. Les recuerda además que los ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida.

El docente registra las conjeturas formuladas por sus estudiantes y las demostraciones que realizaron.

Demuestran en conjunto que la suma de los ángulos interiores de todo triángulo es  $180^\circ$ .

**2.-** El docente propone otra situación a sus estudiantes para que conjeturen acerca de ella. Les presenta un triángulo ABC y les pide que conjeturen acerca de la relación que se da entre el ángulo A, el ángulo C y el ángulo exterior a B. Les pide que la verifiquen en casos particulares.

#### Observaciones al docente

El docente les dice a sus estudiantes que midan los ángulos A, C y B y que registren sus datos en una tabla. Guía el proceso en sus primeras etapas y comprueba que el trabajo se realiza de manera sistemática.

Les dice que una vez que tengan datos suficientes los comparen y que formulen su conjetura. Revisa las conjeturas formuladas y utilizando un transportador las verifica en conjunto con sus estudiantes.

#### AE 4: Resolver problemas en situaciones variadas que implican el cálculo de la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros.

##### Actividades

**1.-** El docente exhibe a sus estudiantes un triángulo donde se conocen dos de sus ángulos interiores y les pide que calculen todos los ángulos exteriores.

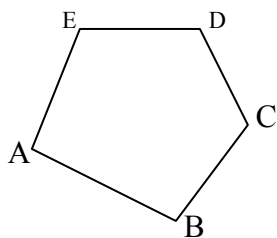
Con este propósito el docente les sugiere que utilicen la siguiente estrategia:

- Que primero calculen el ángulo interior que falta.
- Que utilicen la relación que hay entre un ángulo exterior y el ángulo interior asociado para calcular los ángulos exteriores.

#### Observaciones al docente

- Se sugiere promover la elaboración de estrategias por parte de los estudiantes respecto a este cálculo.
- Es importante que el estudiante verifique los cálculos realizados.

2.- El docente define a sus estudiantes el concepto de polígono regular a través de ejemplos. Presenta a sus estudiantes el pentágono regular ABCDE de la figura y les propone que tracen las diagonales AC y EC y que calculen todos los ángulos interiores del pentágono.



#### Observaciones al docente

El docente guía a sus estudiantes aconsejándolos que utilicen la información referida a la suma de los ángulos interiores en triángulos y que la apliquen en los triángulos que se forman.

A continuación les sugiere que utilicen el resultado referido a la igualdad de sus ángulos interiores.

### Actividad de Evaluación

#### Aprendizaje Esperado:

**Resolver problemas en situaciones variadas que implican el cálculo de la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros.**

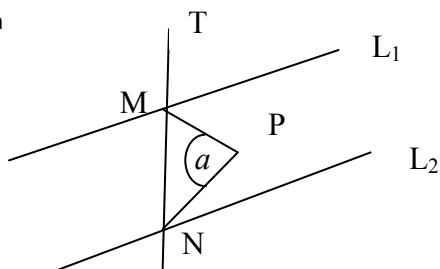
#### Indicadores de Evaluación:

- Identifican los ángulos que se pide calcular y los datos necesarios para determinarlos.
- Calculan ángulos en triángulos mediante observación directa de la información dada en el contexto de la resolución de problemas.
- Plantean ecuaciones relativas a ángulos en triángulos y cuadriláteros en el contexto de la resolución de problemas.
- Determinan condiciones que deben tener los ángulos de triángulos equiláteros y cuadrados para cubrir regiones del plano.
- Evalúan resultados obtenidos relativos a cálculos de ángulos en función del problema.

#### Instrucciones:

A continuación se presenta una situación geométrica sobre la que se les proponen algunas preguntas. Responda las preguntas de acuerdo a la información entregada.



**Situación**

En la figura,  $L_1$  y  $L_2$  son rectas paralelas y  $T$  es una transversal a  $L_1$  y  $L_2$ . Los trazos  $MP$  y  $NP$  son bisectrices de los ángulos en  $M$  y  $N$  respectivamente.

Preguntas:

1. Con la información entregada ¿es posible calcular la medida del ángulo  $a$ ?

a) Si la respuesta es SI; calcúlelo justificando el procedimiento empleado.

b) Si la respuesta es NO: Justifique porqué e indique la información que requeriría para calcularlo.

Suponga que las rectas  $L_1$  y  $L_2$  no son paralelas y al prolongarlas se cortan formando un ángulo de  $60^\circ$ .

2. Con la nueva información entregada ¿es posible calcular la medida del ángulo  $a$ ?

a) Si la respuesta es SI; calcúlelo justificando el procedimiento empleado.

b) Si la respuesta es NO: Justifique porqué e indique la información que requeriría para calcularlo.

**Criterios de Evaluación.****Se debe observar si:**

1. Identifican los ángulos cuya medida debe ser calculada.
2. Identifican la información entregada explícitamente y que es necesaria para resolver el problema.
3. Identifica y deduce la información implícita y que se requiere para resolver el problema.
4. Establece las relaciones matemáticas que lo conducen a la solución.
5. Responde las preguntas fundamentando las respuesta en forma adecuada.
6. Verifica la solución.

## UNIDAD 4

### Datos y Azar

#### Propósito de la unidad

En esta unidad se profundiza lo que los estudiantes han aprendido en cursos anteriores respecto a estadística (datos) y probabilidad (azar).

En datos, se amplían las formas de representación a los gráficos circulares, y se introducen las medidas de tendencia central y los conceptos de muestra y población, como conceptos fundamentales en el estudio de la Estadística. Los gráficos circulares se introducen como una nueva herramienta de representación y de análisis de información, alternativa a los gráficos de barra; en especial, cuando se quiere enfatizar la comparación de la frecuencia de cada categoría con la frecuencia total.

Respecto al azar, se introduce el estudio de situaciones de incerteza y experimentos aleatorios, a través de la estimación de la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la identificación de patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios en contextos lúdicos. Para ello cobra relevancia el uso de tablas de frecuencia para el registro de los resultados en diversos experimentos aleatorios simples.

#### Conocimientos previos

- Sistemas de coordenadas cartesianas.
- Seleccionan escalas numéricas, adecuadas a los datos, para los ejes de un sistema de coordenadas.
- Interpretación y cálculo de porcentajes.
- Comparan cantidades.
- Construcción de ángulos utilizando transportados

#### Conceptos claves

Gráficos circulares – población – muestra – medidas de tendencia central – probabilidad – experimento aleatorio.

#### Contenidos disciplinares

- Gráficos circulares.
- Medidas de tendencia central: media, moda y mediana.
- Población.
- Muestra.
- Encuesta.
- Censo.
- Experimento aleatorio.
- Evento de un Experimento aleatorio.
- Ocurrencia de un evento.
- Probabilidad de ocurrencia de un evento.

#### Habilidades

- Extraer información desde datos organizados en gráficos circulares.
- Resolver problemas utilizando datos organizados en gráficos circulares.
- Representar, un conjunto de datos, a través de gráficos de circulares.
- Utilizar herramientas tecnológicas en la construcción de gráficos circulares.
- Obtener muestras aleatorias desde una población.
- Calcular la media, la mediana o la moda de una población.
- Interpretar el valor de una medida de tendencia central.
- Decidir sobre la medida de tendencia central más representativa de un conjunto de datos.
- Estimar la probabilidad de ocurrencia de un evento asociado a un experimento aleatorio.

### Actitudes

- Respeta ideas distintas a las propias.
- Muestra rigor, perseverancia, flexibilidad y creatividad en la resolución de problemas matemáticos.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<b>1.- Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos.</b></li> <li>• <b>determinando la más apropiada de las medidas de tendencia central que entregue resultados y conclusiones.</b></li> <li>• <b>interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explican la información que entrega la media, mediana y la moda respecto a un conjunto de datos.</li> <li>• Determinan la media, la mediana y la moda para un determinado conjunto de datos y explican por qué estos valores pueden ser iguales o diferentes.</li> <li>• Proporcionan un contexto en el que la media, la mediana o la moda es la medida más apropiada para comunicar.</li> <li>• Comparan resultados de conjuntos de datos utilizando medidas de tendencia central.</li> <li>• Obtienen conclusiones a partir de la información entregada por las medidas de tendencia central en un contexto determinado.</li> <li>• Resuelven un problema utilizando las medidas de tendencia central.</li> </ul>
<b>2.- Construir y rotular gráficos circulares.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican los elementos comunes de las gráficas circulares, como : <ul style="list-style-type: none"> <li>• título, nombres de ejes , leyenda</li> <li>• la suma de los ángulos centrales es de 360°</li> <li>• los datos se representan como un porcentaje del total y la suma de los porcentajes es igual a 100%</li> </ul> </li> <li>• Construyen y le ponen título y nombres a un gráfico circular, con y sin tecnología para mostrar un conjunto dado de datos.</li> </ul>
<b>3.- Resolver problemas que impliquen interpretar información desde gráficos circulares.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentran y comparan los gráficos circulares en una variedad de medios, tales como periódicos, revistas e Internet.</li> <li>• Traducen los porcentajes que aparecen en un gráfico circular en cantidades numéricas para resolver un problema dado.</li> <li>• Interpretan un gráfico circular dado para responder preguntas.</li> <li>• Resuelven problemas que impliquen interpretar información presentada en gráficos</li> </ul>
<b>4.- Comprender los conceptos de población y muestra.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explican las razones para utilizar la población completa o una muestra de ella acorde a los propósitos del estudio a realizar.</li> <li>• Interpretan los resultados obtenidos en estudios o encuestas, identificando las muestras de datos seleccionadas y las poblaciones involucradas.</li> </ul>

<b>5.- Identificar situaciones donde es necesario tomar muestras.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican la población y muestra en estudios o encuestas provenientes de diversos contextos.</li> <li>• Dan ejemplos de situaciones donde se utiliza la población completa o una muestra de ella en la realización de estudios o encuestas.</li> <li>• Identifican una o más muestras posibles, considerando una población específica.</li> </ul>
<b>6.- Estimar la probabilidad de ocurrencia de eventos, a partir de la identificación de patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios simples<sup>5</sup> en contextos lúdicos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinan qué eventos o resultados tienen mayor probabilidad de ocurrencia que otros, a partir de experimentos aleatorios simples que involucren varias iteraciones<sup>6</sup>.</li> <li>• Estiman la probabilidad de ocurrencia de un evento como la razón entre el número de veces que ocurrió dicho evento y el número de repeticiones del experimento aleatorio.</li> </ul>

### Aprendizajes esperados en relación a los OFT

#### Respeto por ideas distintas a las propias.

- Incorporar en sus argumentos ideas formuladas por otros.
- Escucha con atención las ideas expresadas por sus compañeros y compañeras.

#### Actitudes de rigor, perseverancia, flexibilidad y creatividad en la resolución de problemas matemáticos.

- Tener un orden y método para el registro de información.
- Terminar los trabajos iniciados.
- Ser tenaz frente a obstáculos o dudas que se le presente en problemas matemáticos.

### Observaciones al docente. 6° Básico. Datos y Azar (4)

La unidad propone el trabajo con gráficos circulares, media, moda, mediana así como la introducción de los conceptos de población y muestra, además probabilidad de ocurrencia de un evento.

Estos temas deben ser vistos, entendidos y contextualizados para alumnos de 6° básico, por lo cual docente debiera evitar aplicar actividades sobre estos temas que no han sido diseñadas para alumnos del nivel, dado que sus capacidades de abstracción o complejidad pudieran tener efectos contraproducentes en su aprendizaje y generar más apatía por la asignatura que alegría y necesidad por el conocimiento. Por lo tanto, un especial cuidado se debiera tener en la construcción de actividades, éstas deben respetar no sólo los contextos que resultan significativos para los estudiantes, sino que también cuidar el vocabulario, ámbito numérico y profundidad de los conocimientos previos. Las actividades deben en estos niveles básicos requieren ser construidas con una secuencia comprensible para los estudiantes, permitiéndoles seguir las instrucciones con facilidad. Además, las actividades debieran ofrecer la posibilidad de que los estudiantes lean, analicen e interpreten situaciones expresadas a través de tablas y gráficos, que respondan preguntas y resuelvan problemas, trabajando de manera grupal e individual y que observen y busquen regularidades en la información.

Resultará provechoso orientar el trabajo de los estudiantes a través de preguntas que generen discusión y conduzcan a orientar procedimientos y observaciones que lleven a establecer conclusiones: ¿qué pasa si...? ¿siempre pasa esto...? ¿por qué...?

<sup>5</sup> Por ejemplo el lanzamiento de monedas o dados.

<sup>6</sup> Sobre 100 para que tenga sentido el análisis

## Ejemplos de actividades

### AE 1: Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central :

- **determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos.**
- **determinando la más apropiada de las medidas de tendencia central que entregue resultados y conclusiones.**
- **interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación.**

### Actividades

1.- En conjunto con el profesor, identifican y describen tipos de datos, a partir de diferentes conjuntos. Por ejemplo, datos cuantitativos (numéricos) y cualitativos (ordinales y nominales).

2.- En la siguiente tabla se muestran los resultados de 14 clientes respecto del servicio telefónico celular.

Categoría	Frecuencia
Muy conforme	2
Conforme	8
Disconforme	3
Muy disconforme	1

A partir de la información anterior y en conjunto con el docente:

- Identifican qué tipo de datos son los que corresponden a esta situación.
- Señalan y justifican qué medidas de tendencia central son pertinentes.
- Determinan aquellas medidas que pueden ser obtenidas.
- Interpretan las medidas de tendencia central obtenidas acorde al contexto.

2.- A continuación se registran las notas de dos estudiantes en la asignatura de matemática:

Estudiantes	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4	Nota 5
Carolina	5,5	6,2	4,3	3,8	1,3
Marcelo	1,2	4,8	4,2	5,5	6,4

A partir de la información anterior:

- Señalan y justifican qué medidas de tendencia central son pertinentes.
- Determinan aquellas medidas que pueden ser obtenidas.
- Argumentan respecto de si hay o no diferencias en el rendimiento de Carolina y Marcelo, basándose en las medidas de tendencia central.

3.- La siguiente tabla muestra los resultados del Test de *Apgar* para 70 recién nacidos.

Puntaje	Número de recién nacidos
0	0
1	1
2	2
3	4
4	5
5	8
6	10
7	15

8	17
9	8
10	0
	<b>70</b>

A partir de la información anterior:

- Identifican qué tipo de datos son los que corresponden a esta situación.
- Señalan y justifican qué medidas de tendencia central son pertinentes.
- Determinan aquellas medidas que pueden ser obtenidas.
- Interpretan las medidas de tendencia central obtenidas acorde al contexto.

**4.-** A continuación se registran las preferencias de 300 alumnos en los talleres extra programáticos.

Taller	Número de alumnos
Música	32
Pintura	25
Ciencias	15
Fútbol	80
Básquetbol	40
Voleibol	30
Cine	20
Teatro	35
Folclore	23
<b>Total</b>	<b>300</b>

A partir de la información anterior:

- Identifican qué tipo de datos son los que corresponden a esta situación.
- Señalan y justifican qué medidas de tendencia central son pertinentes.
- Determinan aquellas medidas que pueden ser obtenidas.
- Interpretan las medidas de tendencia central obtenida acorde al contexto.

#### **Observaciones al docente**

Para motivar a los estudiantes respecto a las medidas de tendencia central, se puede iniciar la actividad analizando con ellos los resultados de algunos estudios o encuestas, donde se expresen estas medidas.

Es importante revisar con los estudiantes los tipos de datos, cuantitativos y cualitativos, considerando la pertinencia de la obtención de las medidas de tendencia central. En cada contexto es fundamental interpretar correctamente dichas medidas.

En cada ejercicio, es clave que los estudiantes justifiquen qué tipo de medidas de tendencia pueden ser determinadas en los diferentes casos.

## AE 2: Construir y rotular gráficos circulares.

### Actividades

1.- Identifican título, nombres de ejes, leyenda en gráficos circulares, que la suma de los ángulos centrales es de  $360^\circ$  y que los datos se representan como un porcentaje del total y la suma de los porcentajes es igual a 100%.

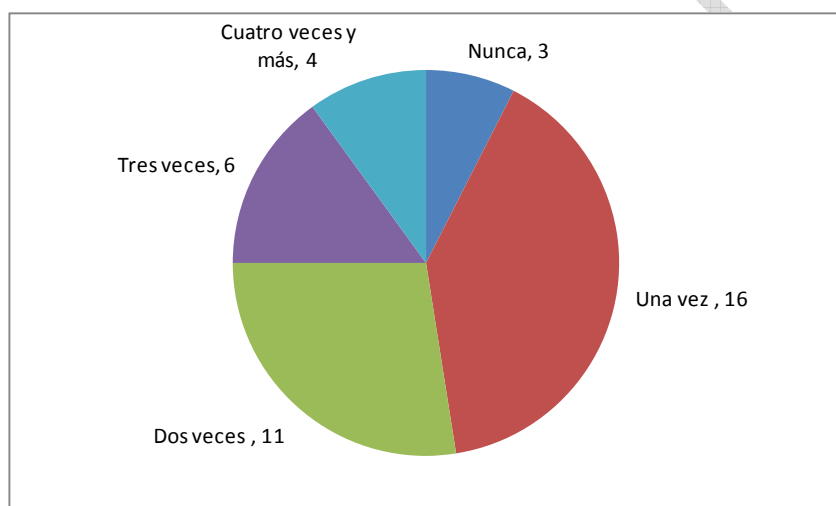
2.-Construyen y le ponen título y nombres a un gráfico circular, con y sin tecnología.

## AE 3: Resolver problemas que impliquen interpretar información desde gráficos circulares.

### Actividades

1.-

1.- El siguiente gráfico muestra los resultados de una encuesta a estudiantes de un colegio, respecto de cuántos días a la semana hacen deporte o alguna actividad física.



En conjunto con el profesor:

- Identifican cada sector del gráfico como una categoría de respuesta.
- Identifican el número de alumnos que corresponde a cada categoría
- Responden a la pregunta ¿Cuántos estudiantes realizan deporte tres veces por semana?

A partir del gráfico responden otras preguntas tales como:

- ¿Cuántos alumnos fueron encuestados?
- ¿Cuál es la respuesta más recurrente?
- ¿Cuántos crees tú que tienen una mala condición física?
- ¿Cuántos piensas tú que tienen una muy buena condición física?

Resuelven el siguiente problema:

- Si tuvieras que seleccionar a 6 estudiantes para representar al colegio en una prueba de educación física, ¿a quiénes seleccionarías? ¿Por qué?
- ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes seleccionados?

### Observaciones al docente

Se sugiere que el docente explique a los estudiantes acerca de la importancia de extraer información del

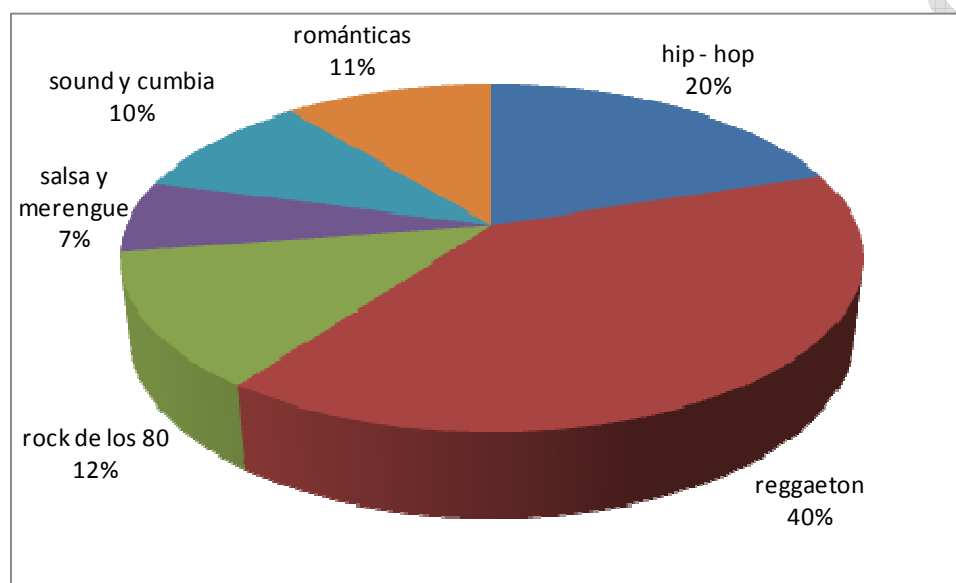
medio que los rodea, por ejemplo representada en gráficos circulares, y resolver problemas usando esa información.

Se sugiere comenzar con gráficos circulares que utilicen frecuencias absolutas. Posteriormente se pueden incorporar los porcentajes.

Se recomienda que en conjunto con los estudiantes se reconozca cada uno de los elementos del gráfico y respondan algunas preguntas de ejemplo. También se puede solicitar que inventen otras preguntas que puedan ser respondidas usando el gráfico.

Finalmente, se recomienda proponer a los estudiantes algunos problemas que ellos puedan resolver a partir de la lectura del gráfico.

**2.-** A 120 jóvenes se les consultó acerca del estilo musical para bailar que más les gusta (responden por un solo estilo). Los resultados se muestran a continuación:



Con el apoyo del profesor:

- Identifican cada sector del gráfico como una categoría de respuesta.
- Identifican que cada categoría se entrega en un porcentaje de jóvenes respecto al total.
- Analizan y responden la pregunta ¿Cuántos jóvenes prefieren el hip - hop?

Resuelven problemas tal como el siguiente:

- *Aproximadamente, ¿cuántos NO prefieren rock de los 80?*
- *Si se realiza una fiesta en la que solo habrá música de los estilos: salsa, merengue, cumbia, sound, románticas y reggaeton, aproximadamente ¿cuántos jóvenes irían a esa fiesta? ¿Cuántos no irían?*

#### Observaciones al docente

Se recomienda que en conjunto con los estudiantes se reconozca cada uno de los elementos del gráfico y respondan algunas preguntas de ejemplo.

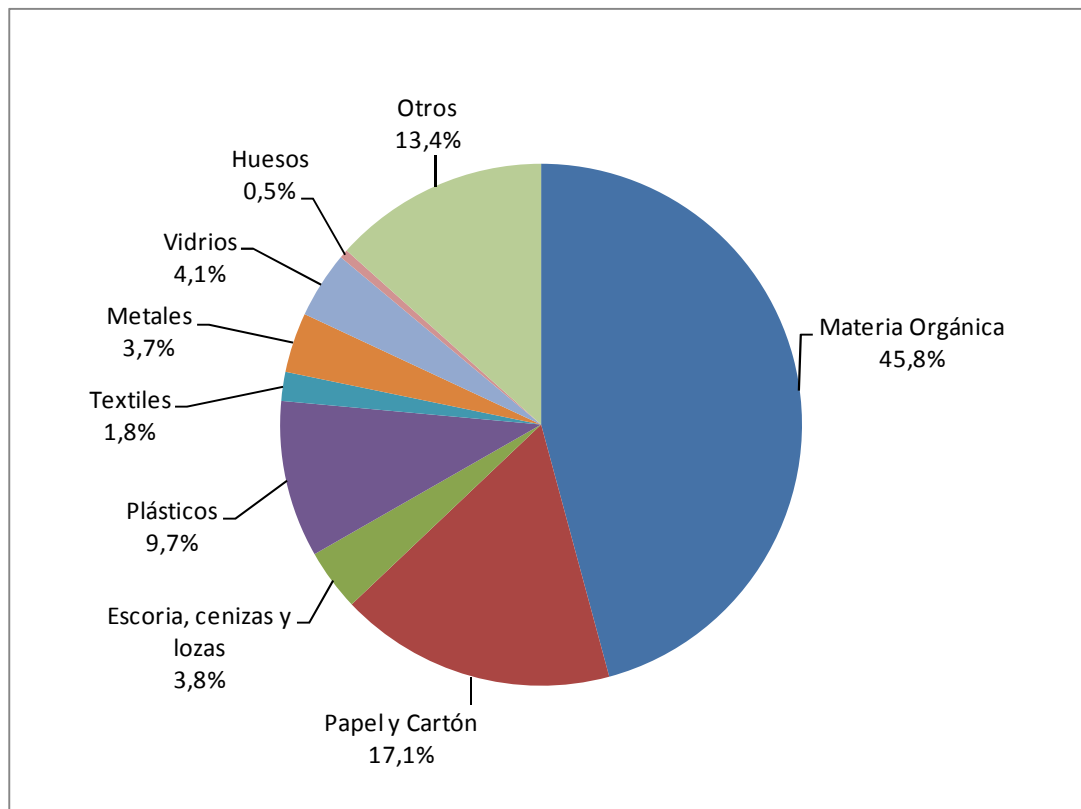
En particular deben ser capaces de obtener el número de estudiantes de una categoría en particular, si es que conocen el porcentaje. Por ejemplo, cuando el porcentaje es 30% esto corresponde a:  $120 \times 0,3 = 36$  estudiantes. Además deben ser capaces de obtener el número de estudiantes cuando se trata de más de una categoría.

También es un buen ejercicio que los estudiantes inventen otras preguntas que puedan ser respondidas usando el gráfico. Finalmente, se recomienda proponer a los estudiantes problemas que ellos puedan



resolver a partir de la lectura del gráfico.

**3.-** A continuación se presenta información relacionada con la generación y composición de residuos sólidos domiciliarios (RSD) respecto a una región específica, por ejemplo, la Región Metropolitana según estudios<sup>7</sup> realizados.



Con el apoyo de **una calculadora**, a partir de la información anterior resuelven problemas tales como:

*Si se considera que el total generado corresponde aproximadamente a 2.500.000 toneladas de RSD, entonces:*

- ¿Cuántas toneladas corresponden a materia orgánica?
- ¿Cuántas toneladas corresponden a papel y cartón?
- ¿Cuántas toneladas corresponden a RSD sin considerar vidrios, metales ni plásticos?
- Aproximadamente, ¿en qué razón se encuentran la cantidad de materia orgánica y la cantidad de papel y cartón?

Explican la estrategia y procedimientos de cálculo para responder cada pregunta.

**4.-** La siguiente tabla muestra información acerca del número de libros que han leído 80 personas, hasta cuando se realizó la encuesta.

Número de libros leídos	Cantidad de personas
0	18
1	40
2	12
3	8

<sup>7</sup> [http://www.sinia.cl/1292/articles-39508\\_pdf\\_informeF.pdf](http://www.sinia.cl/1292/articles-39508_pdf_informeF.pdf)

4	2
Total	80

En conjunto con el docente, paso a paso, construyen un gráfico circular donde se represente esa información. Al respecto:

- Agregan una nueva columna a la tabla y expresan la frecuencia (cantidad de estudiantes) en porcentaje. Consideran el total de estudiantes.
- Agregan otra columna en la que se ubican los grados correspondientes al sector circular que representa las frecuencias de estudiantes en cada categoría.
- Determinan los grados de los sectores circulares, tomando el porcentaje de cada categoría, lo expresan en fracción o decimal y luego lo multiplican por 360.
- Construyen el círculo usando compás.
- Marcan con el transportador los grados, uno tras de otro, por ejemplo, en sentido de las agujas del reloj.
- Con la regla terminan de formar los sectores circulares del gráfico. Pueden pintar cada sector circular de un color diferente para distinguirlos.
- Escriben los porcentajes en cada sector circular, ya sea dentro o fuera de él.

#### Observaciones al docente

Se sugiere contar con transportador, regla y compás para la construcción manual del gráfico circular. En esta oportunidad el énfasis está en relacionar la cantidad de estudiantes, en número y porcentaje, con los grados correspondientes al sector circular asociado a cada categoría.

Es importante que el docente trabaje paso a paso esta actividad con sus estudiantes.

Notar que para este nivel, los alumnos cuentan con los conocimientos sobre porcentajes, fracciones y decimales, pero no así de proporciones. Luego, para obtener los grados de los ángulos de cada sector circular, los estudiantes deben considerar que el círculo completo tiene 360°. Para obtener cada grado deben tomar el porcentaje de cada categoría, expresarlo en fracción o decimal, luego multiplicarlo por 360.

Una vez que los estudiantes han aprendido a construir gráficos circulares en forma manual, es posible introducir herramientas tecnológicas. Por ejemplo, el uso de una planilla electrónica para construir gráficos circulares.

**5.-** A continuación se muestran los resultados sobre una encuesta sobre el transporte que utilizan los estudiantes para ir al colegio.

Transporte	Cantidad de estudiantes
Auto	46
Bus escolar	54
Bicicleta	50
Transporte público	114
Otro	36
Total	300

A partir de la tabla, construyen un gráfico de líneas donde se refleje esta información.

#### Observaciones al docente

Notar que en la construcción de gráficos circulares, al pasar las cantidades numéricas a porcentaje, las cifras no son exactas. De modo que es necesario aproximar (redondear o truncar) a una cierta cantidad de decimales, por ejemplo, uno o dos decimales.

**AE 4: Comprender los conceptos de población y muestra.**  
**AE 5: Identificar situaciones donde es necesario tomar muestras.**

### Actividades

**1.-** Considerando las definiciones de población y muestra, entregados por el profesor, los estudiantes dan otros ejemplos de poblaciones que pueden ser objeto de estudio tomando muestras.

- Estudiantes de su colegio que practican un deporte fuera de las actividades del colegio.
- Jóvenes de una determinada comuna que han recibido una beca de estudios.
- Secretarias de una empresa que prefieren un determinado perfume.
- Preferencias musicales de jóvenes entre 10 y 13 años.

En conjunto con el profesor:

- Determinan posibles muestras que pueden ser tomadas para realizar cada uno de los estudios anteriormente mencionados.
- Discuten acerca de algunas estrategias o métodos para tomar las muestras y realizar los estudios mencionados.

**2.-** A partir de revistas, diarios o Internet estudios o encuestas identifican la población del estudio, la muestra tomada y el método utilizado. Por ejemplo, un estudio respecto de las preferencias de programas en la televisión abierta en el horario nocturno, mediante una encuesta telefónica a 400 personas.

**3.-** A partir de situaciones en las que se requiere cierta información, justifican si es necesario utilizar muestras o no. Por ejemplo, en un supermercado se requiere cierta información respecto a determinados productos:

- a) *De un stock de 10.000 ampolletas: aproximadamente, ¿cuántas no funcionan?*
- b) *De un stock de 100 cajas de fósforos: si los fósforos que contienen están buenos o malos.*
- c) *De un stock de 100 huevos: si algunos están malos.*
- d) *De sus clientes: cuáles son sus preferencias en relación a las distintas marcas de margarina.*

En conjunto con el profesor:

- Describen y argumentan acerca del procedimiento que usarían para obtener la información en cada caso.
- Argumentan por escrito sobre si la información obtenida es suficiente para formarse un juicio correcto respecto a lo que se quiere saber.
- Verifican si es posible o no, aplicar un mismo procedimiento en más de un caso.

### Observaciones al docente

Para motivar a los estudiantes con el tema propuesto, el docente puede iniciar la actividad analizando con ellos una serie de resultados de encuestas publicadas en los periódicos locales o en Internet. Puede comentar respecto a la cantidad de participantes en las encuestas y el alcance de sus conclusiones. Se sugiere solicitar, con anterioridad, a los estudiantes que seleccionen y lleven a la clase resultados de encuestas publicadas en Internet o en los diarios locales, en relación a algún tema seleccionado por el docente. Así mismo el docente podría llevar resultados del censo en aspectos relacionados con el interés de la clase.

**AE 6: Estimar la probabilidad de ocurrencia de eventos, a partir de la identificación de patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios simples<sup>8</sup> en contextos lúdicos.**

**Actividades**

**1.-** Se consideran diferentes experimentos aleatorios simples tales como: lanzamiento de una moneda, lanzamiento de un dado, lanzamiento de dos monedas, etc.

Guiados por el profesor los estudiantes:

- Identifican todos los eventos o resultados posibles de ocurrir.
- Conjeturan acerca de si algunos eventos tienen mayor o menor probabilidad de ocurrencia.
- Realizan una cierta cantidad de iteraciones, por ejemplo 100 veces.
- Registran los resultados en una tabla.
- Construyen una tabla de frecuencia que resuma la información anterior.
- Construyen un gráfico adecuado para mostrar la misma información.

**Observaciones al docente**

Es importante que el profesor establezca en conjunto con los estudiantes, una relación entre “la probabilidad de ocurrencia de un evento” y “la frecuencia asociada a dicho evento” tras realizar varias iteraciones o lanzamientos.

Se sugiere al docente revisar en conjunto con sus estudiantes las respuestas dadas y determinar los resultados correctos.

**2.-** A partir de la realización de experimentos aleatorios tales como: lanzamiento de una moneda, lanzamiento de un dado, lanzamiento de dos monedas, etc.

- Identifican si hay diferencias en la frecuencia de ocurrencia de los diferentes eventos.
- Identifican un patrón de comportamiento.
- Establecen una primera conclusión acerca de la probabilidad de ocurrencia de los eventos involucrados.
- Conjeturan acerca de los resultados obtenidos si el número de lanzamientos o iteraciones aumenta.

**Observaciones al docente**

Se sugiere al docente verificar en conjunto con sus estudiantes las conjeturas formuladas. Para aumentar el número de resultados registrados, en el caso de un experimento, pueden por ejemplo reunir los datos de todos los estudiantes del curso.

<sup>8</sup> Por ejemplo el lanzamiento de monedas o dados.

## Actividad de Evaluación (Datos y Azar 6° Básico)

### Aprendizaje Esperado:

#### Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central :

- **determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos.**
- **determinando la más apropiada de las medidas de tendencia central que entregue resultados y conclusiones.**
- **interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación.**

### Indicadores de Evaluación:

- Explican la información que entrega la media, mediana y la moda respecto a un conjunto de datos.
- Determinan la media, la mediana y la moda para un determinado conjunto de datos y explican por qué estos valores pueden ser iguales o diferentes.
- Proporcionan un contexto en el que la media, la mediana o la moda es la medida más apropiada para comunicar.
- Comparan resultados de conjuntos de datos utilizando medidas de tendencia central.
- Obtienen conclusiones a partir de la información entregada por las medidas de tendencia central en un contexto determinado.
- Resuelven un problema utilizando las medidas de tendencia central.

### Instrucciones:

Analice la situación que se presenta a continuación y responde las preguntas planteadas.

Los sexto año básico A y B de la escuela Los Olmos, tienen el mismo número de estudiantes, rindieron una prueba de matemática. Los profesores jefes entregaron la siguiente información en relación a los resultados de los cursos.

	Sexto A	Sexto B
Promedio	4.7	4.4
Median	5.0	5.0
Moda	5.0	6.0

1. Cuál fue la nota obtenida por un mayor número de estudiantes en el Sexto B. Justifique.
2. ¿Qué indica el hecho que en ambos cursos se obtuviera la misma mediana? Explique
3. ¿Qué información nos da cada una de estas tres medidas de tendencia central? Fundamente

### Criterios de Evaluación:

- Demuestran comprensión respecto a la información que entrega cada medida de tendencia central.
- Evalúan cual de las medidas es la más útil en este caso particular. Se espera que prefieran la mediana o la moda frente a la media, porque esta última es muy afectada por los valores extremos.

4.Cuál de las tres medidas, en este contexto, nos da mejor información. ¿Por qué?

## MATERIAL DE APOYO SUGERIDO

### Referencias bibliográficas para el docente

- **Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, Matemática.** Ministerio de Educación de Chile. Mayo 2009.
- **La matemática aplicada a la vida cotidiana.** Corbalán Fernando. Graó, Barcelona, 1995.
- **El aprendizaje de las Matemáticas.** Dickson L., Brown M., y Gibson O. Editorial Labor S.A. Barcelona, 1991.
- **101 Actividades para implementar los Objetivos Fundamentales transversales.** Winston H Elphick D. Lom Ediciones, 2001.
- **Calculadoras: Introducción al Álgebra.** Cedillo, Tenoch. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1997. 1ª edición.
- **Números Decimales ¿Por qué? ¿Para qué? Serie Matemáticas: cultura y aprendizaje.** Centeno, Julia. Editorial Síntesis.1997.
- **Razonamiento Matemático.** Rodríguez, José y otros. Internacional Thompson Editores, México, 1997, 1ª edición.
- **Geometría elemental.** Villanueva y otros. Ediciones Universidad Católica de Chile, Santiago 1993.
- **Buscando un orden para el azar, Proyecto Enlaces Matemática.** Araya S. Roberto y Matus Claudia. Editado por Centro Comenius Universidad de Santiago de Chile. 2008. 2ª edición.
- **Azar y probabilidad.** Díaz J y otros. Editorial Síntesis, Madrid, 1987.
- **Introducción a la Estadística.** Portus Govinden L. Editorial Mc Graw Hill, 1998. 2ª Edición.
- **Contenidos Básicos de Estadística y Probabilidad.** Saavedra G. Eugenio. Editorial Universidad de Santiago, colección ciencias. 2005.
- **Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático.** Manual para Kinder a Octavo básico. Alicia Cofré, Lucila Tapia. Editorial Universitaria, 1995.
- **Un club de Matemática para la diversidad.** Luz Callejo. Narcea. Madrid.1994.
- **Aprendizaje Cooperativo en Matemática.** J.M. Serrano y otros. Universidad de Murcia. 1997.
- **Educación Matemática y buenas prácticas.** Nuria Planas y Ángel Alsina. Editorial Grao. Barcelona. 2005.
- **Razones para enseñar Geometría en la educación Básica.** A.M Bressan, B. Bogisic, K. Crego. Ediciones Novedades Educativas. México. 2006.
- **Uno, Dos, Tres... Geometría otra vez.** José Vilella. Editorial AIQUE. Argentina. 2001.
- **"Una introducción a la didáctica de la matemática",** en *Enseñanza de la Matemática*, Artigue, M., Selección bibliográfica, traducción para el PTFD, MCyE 1994.
- **Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática,** Johsua S., Dupin J. (2005), Buenos Aires, Colihue.
- **La matemática: su contenido, métodos y significado. Tres volúmenes.** Aleksandrov, A; Kolmogorov, A; Laurentiev, M y otros. Alianza universidad. Madrid. 1976.
- **Materiales para construir la geometría.** Alsina Catalá, C., Burgués Flamerich, C., Fortuny Aymeny, J. M. Editorial Síntesis. 1988.
- **Invitación a la didáctica de la geometría.** Alsina Catalá, C.; Fortuny Aymeni, J. M.; Burgués Flamerich, C. Editorial Síntesis. Madrid.
- **Simetría dinámica.** Alsina Catalá, C. Y otros. Editorial Síntesis. 1990.
- **Hoja de Cálculo en la enseñanza de las matemáticas en Secundaria.** Arias, Nafría, Domínguez, Santiso, Díez, Garrán, Timón, Caravantes, Martínez, Villarino, Sáenz Y González. Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid. 1992.
- **El ingenio en las Matemáticas.** Colección "La Tortuga de Aquiles". Honsberger, R. DLS-Euler Editores. Madrid. 1994.

#### Páginas Web recomendadas:

- Ministerio de Educación de Chile  
<http://www.mineduc.cl>
- Instrumentos Curriculares (Mapas de Progreso, Programas de estudio, etc)  
<http://www.curriculum-mineduc.cl/>
- Instituto Nacional de Estadísticas  
<http://www.ine.cl>
- Red Maestros de Maestros (MINEDUC)  
<http://www.rmm.cl>
- Sitio Key Curriculum Press de textos de matemática  
Geometría:  
<http://www.keypress.com/x19850.xml> (Ver capítulos de lecciones en español)  
Álgebra  
<http://www.keypress.com/x19578.xml> (Ver capítulos de lecciones en español)

#### Recursos digitales interactivos en la Web:

- **Portal Educar Chile:**  
<http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119>
- **Enlaces:**  
[http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel\\_educativo=50&subsector\\_basica=65](http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65)
- **Proyecto Descartes**, España:  
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>
- **Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales**, applets de la Universidad de UTAH:  
<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>
- **EDUTEKA**, Portal Educativo, Colombia:
  - <http://www.eduteka.org/directorio>, luego elegir la carpeta "Matemáticas" o bien desde el enlace directo:
  - [http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=204](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=204)
  - Actividades sugeridas por temas: <http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>

#### Referencias bibliográficas para el alumno

- **Buscando un orden para el azar. Proyecto Enlaces Matemática.** Araya S. Roberto y Matus Claudia. Editado por Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile. 2008. 2ª edición.
- **Introducción a la Estadística.** Portus Govinden L. Editorial Mc Graw Hill, 1998. 2ª Edición.

#### Recursos digitales interactivos en la Web:

- **Proyecto Descartes**, España:  
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php>
- **Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales**, applets de la Universidad de UTAH:
  - El enlace genérico es <http://nlvm.usu.edu/es/nav>, o bien puede escoger los enlaces directos:
  - **Números y operaciones:**  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_q\\_3\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_1.html)
  - **Álgebra:**  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_q\\_3\\_t\\_2.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_2.html)
  - **Geometría:**  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_q\\_3\\_t\\_3.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_3.html)  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_q\\_3\\_t\\_4.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_4.html)
  - **Análisis de Datos y Probabilidad:**  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_q\\_3\\_t\\_5.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_q_3_t_5.html)

- **Portal Educar Chile:**  
<http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119>
- **Enlaces:**  
[http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel\\_educativo=50&subsector\\_basica=65](http://www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65)
- **EDUTEKA, Portal Educativo, Colombia:**
  - Actividades sugeridas: <http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>
  - El enlace genérico de las unidades temáticas es <http://www.eduteka.org/directorio> o bien puede escoger los enlaces directos:
  - **Números y operaciones:**  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=362](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=362)
  - **Geometría**  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=363](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=363)  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=364](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=364)
  - **Probabilidad y Estadística**  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=365](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=365)
  - **Álgebra**  
[http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub\\_pages&cat=366](http://www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=366)

### Referencias bibliográficas CRA

Unidad	Autor	Título	Sello
Unidad 1, 2, 3 y 4	Snape Charles ; Scott Heather	¡Sal si puedes!	Limusa
Unidad 1, 2, 3 y 4	Varios Autores	Calculadora	Texas
Unidad 1, 2, 3 y 4	Blum, Raymond	Festival de ingenio	RIL
Unidad 1, 2, 3 y 4	Collantes, J. ; Pérez, A.	Matecuentos 3 : cuentos con problemas	Nivola Libros
Unidad 1, 2, 3 y 4	Sierra i Fabra, Jordi	El asesinato del profesor de matemáticas	Anaya
Unidad 1, 2, 3 y 4	Varios Autores	Apuntes de matemáticas	Parramón
Unidad 3	Moscovich, Ivan	Imaginación geométrica	La Vasija



## ANEXOS

### Anexo 1: Uso flexible de otros instrumentos curriculares

Existe un conjunto de instrumentos curriculares que los docentes pueden utilizar de manera conjunta y complementaria con el programa de estudio. Estos pueden ser usados de manera flexible para apoyar el diseño e implementación estrategias didácticas y para evaluar los aprendizajes.

*Orientan sobre la progresión típica de los aprendizajes*

**Mapas de progreso**<sup>9</sup>. Ofrecen un marco global para conocer cómo progresan los aprendizajes clave a lo largo de la escolaridad<sup>10</sup>.

imagen  
mapas

Pueden ser usados, entre otras posibilidades, como un apoyo para abordar la diversidad de aprendizajes que se expresa al interior de un curso, ya que permiten:

- caracterizar los distintos niveles de aprendizaje en los que se encuentran los estudiantes de un curso.
- reconocer de qué manera deben continuar progresando los aprendizajes de los grupos de estudiantes que se encuentran en estos distintos niveles.

*Apoyan el trabajo didáctico en el aula*

**Textos escolares.** Desarrollan los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios para apoyar el trabajo de los alumnos en el aula y fuera de ella, y les entregan explicaciones y actividades para favorecer su aprendizaje y su autoevaluación.

Imagen  
texto

Los docentes pueden enriquecer la implementación del currículum haciendo también uso de los recursos entregados por el Mineduc a través de:

- Los **Centros de Recursos para el Aprendizaje (CRA)** y los materiales impresos, audiovisuales, digitales y concretos entregados a través de éstos.

<sup>9</sup> En la página web del Ministerio de Educación se encuentra disponible el documento **“Orientaciones para el uso de los Mapas de Progreso del Aprendizaje”** y otros materiales que buscan apoyar el trabajo con los mapas (<http://www.curriculum-mineduc.cl/ayuda/documentos/>).

<sup>10</sup> En una página describen en 7 niveles el crecimiento típico del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector a lo largo de los 12 años de escolaridad obligatoria. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel I corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de Segundo Básico; el nivel 2 corresponde al término de Cuarto Básico, y así sucesivamente. El nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar de la Educación Media es “sobresaliente”, es decir, va más allá de la expectativa para Cuarto Medio, que describe el nivel 6 en cada mapa.

El **Programa Enlaces**, y las herramientas tecnológicas que éste ha puesto a disposición de los establecimientos.

## ANEXO 2: Planificación y evaluación: Orientaciones específicas

### 1. Planificación

#### Planificación anual, por unidad y plan de clase

Se sugiere que la forma de plantear la planificación arriba propuesta sea utilizada tanto en la planificación anual como en la correspondiente a cada unidad y al plan de cada clase.

**La planificación anual:** En este proceso el docente debe distribuir los aprendizajes esperados a lo largo del año escolar considerando su organización por unidades, estimar el tiempo que se requerirá para cada unidad, y priorizar las acciones que conducirán a logros académicos significativos

Para esto el docente debe:

Realizar este proceso considerando una visión realista de los tiempos disponibles durante el año

- Lograr una visión sintética del conjunto de aprendizajes a lograr durante el año, dimensionando el tipo de cambio que se debe observar en los estudiantes. Esto debe desarrollarse a partir de los aprendizajes esperados especificados en los programas. Adicionalmente, los mapas de progreso pueden resultar un apoyo importante.
- Identificar, en términos generales, el tipo de evaluación que se requerirá para verificar el logro de los aprendizajes. Esto permitirá desarrollar una idea de las demandas y requerimientos a considerar para cada unidad.
- Sobre la base de esta visión, asignar los tiempos a destinar a cada unidad. Para procurar que esta distribución resulte lo más realista posible se recomienda realizar lo siguiente:
  - Listar días del año, número y horas de clase por semana para estimar el tiempo.
  - Hacer una calendarización tentativa de todo el año de los aprendizajes esperados incluyendo los feriados, y considerando los días de prueba, de repaso, así como la realización de evaluaciones formativas y retroalimentación.
  - Hacer una planificación gruesa de las actividades a partir de la calendarización.

- Ajustar permanentemente la calendarización o las actividades planeadas (ver ejemplo en tabla adjunta).

**La planificación de la unidad:** Implica la toma de decisiones más precisas sobre qué enseñar y cómo enseñar, considerando la necesidad de ajustarlas a los tiempos asignados a la unidad.

La planificación de la unidad debiera seguir los siguientes pasos:

Realizar este proceso sin perder de vista la meta de aprendizaje de la unidad

- Especificar la meta de la unidad. Al igual que la planificación anual, esta visión debe sustentarse en los aprendizajes esperados de la unidad, y se recomienda complementarla con los mapas de progreso.
- Crear una evaluación sumativa para la unidad
- Calendarizar los aprendizajes esperados por semana
- Crear una herramienta de diagnóstico de comienzos de la unidad
- Establecer el tipo de actividades de enseñanza que se desarrollarán
- Crear un sistema de seguimiento de los aprendizajes esperados, especificando los tiempos y las herramientas para realizar evaluaciones formativas y realizar retroalimentación.
- Ajustar el plan continuamente ante los requerimientos de los estudiantes.

Procurar que los estudiantes sepan qué y por qué van a aprender, y qué aprendieron y de qué manera

**La planificación de una clase:** Es imprescindible que cada clase sea diseñada considerando que todas sus partes estén alineadas con el o los aprendizajes esperados que se busca promover y con la evaluación que se utilizará.

Adicionalmente, se recomienda que en cada clase sea diseñada distinguiendo su inicio, desarrollo y cierre, especificando claramente qué elementos se considerarán en cada una de estas partes. Para cada uno de estos momentos de la clase resulta necesario considerar aspectos como los siguientes:

**Inicio:** En esta fase se debe procurar que los estudiantes conozcan el propósito de la clase, es decir, qué se espera que aprendan. A la vez se debe buscar captar el interés de los estudiantes, y que visualicen cómo esto se relaciona la clase con lo que ya saben y con las clases anteriores.

**Desarrollo:** En esta etapa el docente lleva a cabo la actividad contemplada para la clase.

**Cierre:** Esta etapa puede ser breve (5 a 10 minutos), pero es central. En ella se debe procurar que los estudiantes logren formar una visión sobre qué aprendieron, así como sobre la utilidad de las estrategias y experiencias desarrolladas para efectos de promover su aprendizaje.

### Planificación Anual de Matemática 5º año Básico

<b>Marz</b>		<b>May o</b>		<b>Julio</b>					
<b>M 2</b>	Presentación del curso.	<b>M 3</b>	gráficos de barras múltiples.	<b>V 1</b>	Evaluación expresiones algebraicas.	<b>Mi14</b>	Estimación de áreas de superficies planas	<b>Mi10</b>	Repaso de los temas vistos en geometría.
<b>Mie 3</b>	Diagnóstico	<b>Mi 4</b>	Escalas y variables.	<b>M 5</b>	Revisión de la evaluación.	<b>J 15</b>	estrategias para estimar áreas y formas de rectángulos .	<b>J 11</b>	Ejercicios adicionales acerca de áreas.
<b>J 4</b>	Lectura de números de más de 6 cifras.	<b>J 5</b>	Construcción de gráficos de línea	<b>Mi 6</b>	Repaso de los temas tratados.	<b>V 16</b>	Cálculo de áreas de figuras planas.	<b>V 12</b>	Repaso números naturales, fraccionarios y decimales.
<b>V 5</b>	Escritura de números de más de 6 cifras.	<b>V 6</b>	Construcción de gráficos de barras múltiples	<b>J 7</b>	Repaso de los temas tratados.	<b>M 13</b>	Áreas de triángulos rectángulos.	<b>M 15</b>	Repaso
<b>M 8</b>	Posición de los dígitos	<b>M 10</b>	Gráficos de líneas o barras múltiples.	<b>V 8</b>	Prueba global.	<b>V 16</b>	Ejercitación de áreas rectángulos y triángulos rectángulos.	<b>Mi 16</b>	Repaso
<b>Mie 9</b>	Números naturales.	<b>Mi 11</b>	gráficos de líneas o barras múltiples usando herramientas tecnológicas.	<b>11 a 24</b>	Revisión de la prueba global.	<b>M 20</b>	Evaluación acerca de cálculos de áreas en rectángulos y triángulos rectángulos.	<b>J 17</b>	Repaso
<b>J 10</b>	Números naturales.	<b>J 12</b>	Variables en contexto.	<b>M 26</b>	de fracciones propias, impropias y números mixtos.	<b>Mi21</b>	Revisión de la evaluación.	<b>V 18</b>	Repaso acerca e temas referentes a datos.
<b>V 11</b>	Estimar	<b>V 13</b>	Predicción gráficos de barras y de líneas del comportamiento de variables.	<b>Mi27</b>	Lectura y escritura de decimales positivos.	<b>J 22</b>	Estrategias Cálculo áreas en paralelogramos.	<b>M 15</b>	Repaso acerca e temas referentes a datos.
<b>M 15</b>	Múltiplos.	<b>M 17</b>	Evaluación de la materia tratada referente a datos.	<b>J 28</b>	fracciones propias o impropias y números mixtos en magnitudes.	<b>V 23</b>	Calculo áreas paralelogramos,.	<b>Mi 16</b>	Repaso datos.
<b>Mie 16</b>	MCM.	<b>V 18</b>	Revisión de la evaluación.	<b>V 29</b>	Fraccionamientos a nivel concreto y gráfico.	<b>M 27</b>	Ejercitación acerca de áreas en paralelogramos.	<b>J 17</b>	Repaso probabilidades.
<b>J 17</b>	Divisores.	<b>M 19</b>	Descripción de situaciones de incerteza.	<b>Agos to</b>	Ejemplos números decimales.	<b>Mi28</b>	Ejercicios y revisión áreas enparalelogramos.	<b>V 18</b>	Repaso probabilidades.
<b>V 18</b>	MCD.	<b>V 20</b>	Justificación de la probabilidad de ocurrencia	<b>M 2</b>	fracciones y decimales.	<b>J 29</b>	estrategias calculo áreas de triángulos acutángulos.	<b>M 22</b>	Repaso probabilidades.

<b>M 22</b>	Determinar reglas de divisibilidad.	<b>M 24</b>	Comparación y descripción de eventos	<b>Mi 3</b>	Fracciones en números decimales.	<b>V 30</b>	estrategias cálculo de las áreas.	<b>Mi 23</b>	Repaso álgebra.
<b>Mie 23</b>	factores, divisores y múltiplos. Conjeturas	<b>Mi2 5</b>	Ejemplos probabilidad segura, posible, probable o imposible.	<b>J 4</b>	decimales finitos positivos a fracciones.	<b>Oct</b>	Revisión estrategias	<b>J 24</b>	Repaso álgebra.
<b>J 24</b>	Verificar conjeturas	<b>J 26</b>	Repaso a probabilidades.	<b>V 5</b>	Comparar fracciones positivas y decimales positivos.	<b>M 4</b>	Ejercicios triángulos acutángulos.	<b>V 25</b>	Repaso álgebra.
<b>V 25</b>	Dividir Relación .	<b>V 27</b>	Repaso probabilidades.	<b>M 9</b>	Orden de fracciones positivas.	<b>Mi5</b>	Evaluación triángulos acutángulos.	<b>M 29</b>	Resolución de ejercicios prueba de síntesis.
<b>M 29</b>	Evaluación	<b>M 31</b>	Trabajo a probabilidades. Computador	<b>Mi 10</b>	Orden en los decimales positivos.	<b>J 6</b>	Revisión de la evaluación.	<b>Mi 30</b>	Ejercicios para la prueba de síntesis.
<b>Mie 30</b>	Revisión de la evaluación	<b>Juni o</b>		<b>J 11</b>	Resolución de problemas fracciones y decimales.	<b>V 7</b>	triángulo obtusángulo.	<b>Dic</b>	
<b>J 31</b>	Problemas de divisiones.	<b>Mi 1</b>	Actividad grupal acerca de probabilidades de eventos.	<b>V 12</b>	Estimación de cantidades o medidas.	<b>M 11</b>	Trabajo áreas de triángulos obtusángulos.	<b>J 1</b>	ejercicios para la prueba de síntesis.
<b>Abril</b>		<b>J 2</b>		<b>M 16</b>	Resolución de problemas con estimaciones.	<b>Mi1 2</b>	Trabajo calcular áreas de triángulos obtusángulos.	<b>V 2</b>	Prueba de síntesis.
<b>V 1</b>	Estimación resolución de un problema.	<b>V 3</b>	Evaluación probabilidad.	<b>Mi 17</b>	números naturales, fracciones y decimales en la recta numérica.	<b>J 13</b>	Revisión de las estrategias formuladas.	<b>M 6</b>	Revisión prueba de síntesis.
<b>M 5</b>	Composición y descomposición suma y resta	<b>M 7</b>	Revisión de la evaluación.	<b>J 18</b>	fracciones equivalentes	<b>V 14</b>	Justificación de resultados en I problema.	<b>Mi 7</b>	
<b>Mie 6</b>	sumar y restar mentalmente	<b>Mi 8</b>	Introducción al álgebra.	<b>V 19</b>	Justificación de resultados en función del contexto del problema.	<b>M 18</b>	Trabajo grupal áreas en triángulos obtusángulos.	<b>J 8</b>	Feriado
<b>J 7</b>	Calculo mental de adiciones y sustracciones múltiplos de 100 mil millón y aplicación en la resolución de problemas.	<b>J 9</b>	numéricos de expresiones algebraicas.	<b>M 23</b>	Adición y sustracciones de fracciones simplificando fracciones.	<b>Mi1 9</b>	Revisión del trabajo.	<b>V 9</b>	
<b>V 8</b>	Composición y descomposición aditiva de factores para multiplicar números.	<b>V 10</b>	Ejercitación algebraicas y ejercicios propuestos.	<b>Mi24</b>	Adición y sustracción de fracciones mediante factorización prima.	<b>J 20</b>	Concepto de variación.	<b>M 13</b>	
<b>M 12</b>	cálculo mental en que se reemplaza un factor por un cuociente equivalente.	<b>M 14</b>	Revisión de los ejercicios propuestos.	<b>J 25</b>	Calculo de adiciones y sustracciones con decimales , propiedades	<b>V 21</b>	Conjeturas. Área de paralelogramos. al variar la medida de lados.	<b>Mi 14</b>	

					de la adición de números naturales.				
<b>Mie 13</b>	Calculo mental multiplicaciones y divisiones múltiplos de 100 mil y de un millón resolución de problemas.	<b>Mi 15</b>	Identificación de propiedades en lenguaje simbólico.	<b>V 26</b>	Resolución de problemas adición y sustracción con fracciones positivas.	<b>M 25</b>	Formulación de conjeturas relativas variaciones del área de paralelogramos al variar la medida de lados.	<b>J 15</b>	
<b>J 14</b>	Orden en números naturales de más de 6 cifras.	<b>J 16</b>	Ejercitación acerca de las propiedades identificadas.	<b>M30</b>	Resolución de problemas adición y sustracción con decimales positivos.	<b>Mi2 6</b>	Trabajo verificación de conjeturas formuladas.	<b>V 16</b>	Cierre del año
<b>V 15</b>	Calculo escrito de multiplicaciones y divisiones números naturales de más de 6 cifras.	<b>V 17</b>	Control acerca de valorización de expresiones algebraicas.	<b>Mi31</b>	Estimaciones de resultados de operaciones.	<b>J 27</b>	área de un rombo o romboide al variar las medidas de sus diagonales.		
<b>M 19</b>	Cálculos utilizando la calculadora.	<b>M 21</b>	Revisión del control.	<b>Sept</b>		<b>V 28</b>	área de un rombo o romboide al variar las medidas de sus diagonales.		
<b>Mie 20</b>	Evaluación acerca de las materias tratadas.	<b>Mi 22</b>	factores numéricos y literales en expresiones algebraicas.	<b>J 1</b>	Justificación de resultados en problema.	<b>Nov</b>			
<b>J 21</b>	Revisión de la evaluación.	<b>J 23</b>	Escritura, propiedades de las operaciones de los números naturales.	<b>V 2</b>	Evaluación de fracciones y decimales positivos.	<b>M 1</b>	Feriado		
<b>V 22</b>	Semana Santa	<b>V 24</b>	Conjeturas respecto a la inclusión del cero como factor o divisor.	<b>M 6</b>	Revisión de la evaluación	<b>Mi2</b>	Conjeturas área de triángulos acutángulos y obtusángulos.		
<b>M 26</b>	Recapitulación de los contenidos tratados.	<b>M 28</b>	Propiedades adición y multiplicación	<b>Mi 7</b>	Introducción a la unidad de geometría	<b>J 3</b>	Conjeturas variación del área de triángulos acutángulos y obtusángulos.		
<b>Mie 27</b>	Lectura e interpretación de información a partir de datos organizados en gráficos de línea.	<b>Mi 29</b>	Equivalencia en la escritura de expresiones.	<b>J 8</b>	Repaso acerca de temas referentes a áreas tratados en cuarto básico.	<b>V 4</b>	Verificación de las conjeturas formuladas.		
<b>J 28</b>	Lectura e interpretación gráficos de barras múltiples.	<b>J 30</b>	equivalencia de expresiones algebraicas.	<b>V 9</b>	Unidades de medidas de áreas.	<b>M 8</b>	Evaluación acerca de variaciones de áreas.		
<b>V 29</b>	Comparación n gráficos de línea.			<b>M 13</b>	Repaso álgebra	<b>Mi9</b>	Revisión de la evaluación.		

(\* Ejemplo válido para todos los niveles, las fechas son referenciales)

## 2. Evaluación

### ¿Cómo diseñar la evaluación ?

La evaluación debe diseñarse a partir de los aprendizajes esperados, con el objeto de observar el grado en que éstos son logrados. Para lograr esto se recomienda diseñar la evaluación junto a la planificación y considerar al desarrollarla las siguientes preguntas:

Partir estableciendo los aprendizajes esperados a evaluar ...

- ¿Cuáles son los aprendizajes esperados del programa que abarcará la evaluación? (Si debe priorizar piense en aquellos aprendizajes que serán duraderos y prerrequisitos para desarrollar otros aprendizajes. Para esto los mapas de progreso pueden ser de especial utilidad).
- ¿Qué evidencia necesitaría que sus estudiantes exhiban para demostrar que dominan los aprendizajes esperados? (Para esto se recomienda utilizar como apoyo los indicadores de logro que presenta el programa).

... y luego decidir qué se requiere para su evaluación en términos de evidencias, métodos, preguntas y criterios

- ¿Qué método empleará para evaluar? Es recomendable utilizar instrumentos y estrategias de diverso tipo (ej., pruebas escritas, guías de trabajo, informes, ensayos, entrevistas, debates, mapas conceptuales, informes de laboratorio, investigaciones).

En lo posible presentar situaciones que pueden ser resueltas de distintas maneras y con diferente grado de complejidad, para que los diversos estudiantes puedan resolverlas evidenciando sus distintos niveles y estilos de aprendizaje.

- ¿Qué preguntas incluirá en su evaluación? Debe formular preguntas rigurosas y alineadas con los aprendizajes esperados y que permitan demostrar la real comprensión del contenido evaluado.
- ¿Cuáles son los criterios de éxito ¿ Cuáles son las características de una respuesta de alta calidad?

Esto se puede responder utilizando distintas estrategias, como por ejemplo:

- Comparar las respuestas de sus estudiantes con las mejores respuestas de otros alumnos de edad similar. Para esto se pueden utilizar los ejemplos presentados en los mapas de progreso.
- Identificar respuestas de evaluaciones previamente realizadas que expresen el nivel de desempeño esperado, y utilizarlas como modelo para otras evaluaciones realizadas en torno al mismo aprendizaje.
- Desarrollar rúbricas que indiquen los resultados explícitos para un desempeño específico y muestra los diferentes niveles de calidad para dicho desempeño.

### ANEXO 3: Objetivos Fundamentales por Semestre y Unidad

Objetivo Fundamental	Semestre 1		Semestre 2	
	Unidades:		Unidades:	
	1	2	1	2
1. Utilizar procedimientos de cálculo mental y escrito para efectuar multiplicaciones y divisiones de fracciones positivas y de números decimales positivos en el contexto de la resolución de problemas y el estudio de regularidades de estas operaciones.	X			
2. Comprender la noción de razón y de porcentaje e interpretar información proporcionada a través de ellos, efectuar cálculos, establecer formas equivalentes de escritura de porcentajes y emplearlos para comunicar información en diversos contextos.	X			
3. Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, respecto del comportamiento de algún fenómeno que implique variaciones porcentuales.	X			
4. Comprender el significado de potencias e interpretar aquellas de base y exponente natural, aplicar la notación de potencias en situaciones diversas, identificar regularidades y verificar, en casos particulares, procedimientos en la multiplicación y en la división por potencias de 10.		X		
5. Representar secuencias numéricas, áreas, perímetros y relaciones angulares, mediante expresiones algebraicas y utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar sus soluciones.		X		
6. Emplear procedimientos para medir ángulos y establecer relaciones entre la medida de ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.			X	
7. Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a la suma de ángulos interiores y exteriores de polígonos y aplicarlas en la resolución de problemas que involucren determinar medidas de ángulos en ellos.			X	
8. Representar datos en gráficos circulares, obtenidos desde diversas fuentes y resolver problemas que impliquen interpretar información presentada en ellos.				X
9. Comprender los conceptos de población y muestra, y argumentar acerca de la necesidad de tomar muestras en la realización de estudios o encuestas que involucren un gran número de casos.				X
10. Interpretar y discutir la información que entregan diferentes medidas de tendencia central, determinar su valor cuando sea pertinente al considerar el tipo de datos y emplearlas en diversas situaciones.				X
11. Estimar la probabilidad de ocurrencia de eventos, mediante la identificación de patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios.				X
12. Formular, verificar conjeturas, en casos particulares, y aplicar las habilidades propias del proceso de resolución de problemas en contextos significativos que fomenten el interés por conocer la realidad, seleccionar información relevante y argumentar sobre la validez de procedimientos utilizados.	X	X	X	X



## ANEXO 4: Contenidos Mínimos Obligatorios por semestre y unidad

Contenidos Mínimos Obligatorios	Semestre 1		Semestre 2	
	Unidades:		Unidades:	
	1	2	1	2
<b>NÚMEROS:</b>				
1. Cálculo escrito, mental y aproximado de multiplicaciones y divisiones de fracciones positivas y de números decimales positivos, operaciones combinadas con estos números y aplicación en contextos cotidianos y empleo de la calculadora u otras herramientas tecnológicas para el estudio de regularidades en la multiplicación y división de fracciones y números decimales.	x			
2. Interpretación de información proveniente de diversos contextos y de medios de comunicación expresada como razón y porcentaje.	x			
3. Establecimiento de la relación entre porcentaje y su expresión como fracción o número decimal, y resolución de problemas que involucren razones y porcentajes en diferentes contextos.	x			
4. Formulación y verificación de conjeturas, a través de casos particulares, respecto a situaciones o fenómenos de la vida cotidiana que involucren cálculo de porcentajes y de variaciones porcentuales (aumentos y disminuciones).	x			
5. Interpretación de potencias de base natural y exponente natural, formulación y verificación de procedimientos para multiplicar y dividir: una potencia de 10 por otra potencia de 10, un número natural o decimal positivo por una potencia de 10 e identificación de regularidades en estas operaciones y aplicación a situaciones problemáticas.		x		
6. Utilización de estrategias de cálculo mental y escrito tales como el uso de potencias de 10 en la descomposición de un número natural y la escritura de números grandes como un producto en que uno de sus factores es una potencia de 10.		x		
7. Resolución de problemas en contextos diversos y significativos que involucren el empleo de las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, las fracciones y los números decimales positivos, poniendo el énfasis en habilidades tales como la selección de los datos necesarios para su solución, planificación y puesta en práctica de estrategias de solución, interpretación y evaluación de los resultados obtenidos en función del contexto y la argumentación sobre la validez de procedimientos utilizados.	x			
<b>ÁLGEBRA:</b>				
8. Representación de secuencias numéricas, perímetros, áreas y relaciones angulares, mediante expresiones algebraicas.		x		
9. Utilización de estrategias para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita que representen diversas situaciones de la vida cotidiana.		x		
10. Validación de la solución obtenida en la resolución de		x		

una ecuación de primer grado con una incógnita, mediante el análisis del contexto o la sustitución de la incógnita.				
<b>GEOMETRÍA:</b>				
11. Medición de ángulos con transportador o herramientas tecnológicas y empleo del grado sexagesimal como unidad de medida.			x	
12. Identificación de ángulos opuestos por el vértice en rectas que se cortan en el plano, de los ángulos que se forman al cortar rectas paralelas por una transversal y verificación de las igualdades de medida que se dan en estos casos.			x	
13. Formulación y verificación de conjeturas, en algunos casos, referidas a la suma de las medidas de los ángulos interiores y exteriores de polígonos.			x	
14. Resolución de problemas en situaciones variadas relativas al cálculo de la medida de ángulos interiores y exteriores en polígonos.			x	
<b>DATOS Y AZAR:</b>				
15. Resolución de problemas que impliquen interpretar información desde gráficos circulares y representación de dichos gráficos en forma manual y mediante el uso de herramientas tecnológicas, a partir de datos obtenidos desde diversas fuentes. Discusión sobre el tipo de información que se puede representar a través de tablas y gráficos circulares.				x
16. Distinción entre los conceptos de población y muestra e identificación de situaciones donde es necesario tomar muestras.				x
17. Cálculo de la media aritmética, mediana y moda, en forma manual y usando herramientas tecnológicas para caracterizar información presente en diversos contextos, interpretación de la información que ellas entregan y discusión acerca de la pertinencia de su cálculo según el tipo de datos.				x
18. Repetición de un experimento aleatorio simple <sup>11</sup> en contextos lúdicos y estimación de la probabilidad de ocurrencia de un evento como la razón entre el número de veces en que ocurrió dicho evento y el número de repeticiones del experimento, comprendiendo que a mayor número de lanzamientos mejor es la estimación.				x

<sup>11</sup> Por ejemplo el lanzamiento de monedas o dados.

## ANEXO 5: Relación entre Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)

### Semestre 1:

<b>Aprendizajes Esperados</b>	<b>OF</b>	<b>CMO</b>
<b>Unidad 1: Números y álgebra</b>		
1. Consolidar las habilidades del cálculo mental en números naturales, fracciones y decimales positivos.	<b>1</b>	<b>1</b>
2. Identificar las regularidades en la multiplicación y división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000.	<b>1</b>	<b>1</b>
3. Relacionar las fracciones impropias con números mixtos.	<b>1</b>	<b>1</b>
4. Calcular en forma escrita y mental multiplicaciones y divisiones de fracciones.	<b>1</b>	<b>1</b>
5. Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales.	<b>1</b>	<b>1</b>
6. Demostrar que comprenden las razones utilizando material concreto, en forma gráfica y simbólica.	<b>2</b>	<b>2</b>
7. Demostrar que comprenden porcentaje (limitado a números naturales) con material concreto, gráficamente, y simbólicamente.	<b>2</b>	<b>2-3</b>
8. Formular y verificar conjeturas respecto del comportamiento de algún fenómeno mediante el estudio de variaciones porcentuales.	<b>3</b>	<b>4</b>
9. Resolver problemas en contextos diversos que: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Involucran las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, fracciones y decimales positivos.</li> </ul>	<b>1-12</b>	<b>1-7</b>
<b>Unidad 2: Números y álgebra II</b>		
1. Expresan potencias de base 10 y exponente natural y las aplican en situaciones diversas.	<b>4</b>	<b>5-6</b>
2. Identificar regularidades al multiplicar y dividir potencias de igual base y exponente natural.	<b>4</b>	<b>5</b>
3. Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas utilizando letras en las variables.	<b>5</b>	<b>8</b>
4. Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales verificando la igualdad.	<b>5</b>	<b>9-10</b>
5. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar sus soluciones.	<b>5</b>	<b>9-10</b>

## Semestre 2

<b>Aprendizajes Esperados</b>	<b>OF</b>	<b>CMO</b>
<b>Unidad 3: Geometría</b>		
1. Demostrar que comprenden los ángulos: <ul style="list-style-type: none"> <li>identificando ejemplos de ángulos en el ambiente.</li> <li>Clasificando ángulos de acuerdo a sus medidas.</li> <li>estimando las medidas de ángulos utilizando 45°, 90° y 180° como ángulos de referencia.</li> <li>determinando ángulos en grados.</li> <li>dibujando y rotulando ángulos cuando la medida es específica.</li> </ul>	<b>6</b>	<b>11</b>
2. Resolver problemas relativos a ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.	<b>6</b>	<b>12</b>
3. Formular y demostrar conjeturas acerca de la suma de ángulos en: <ul style="list-style-type: none"> <li>Triángulos</li> <li>Cuadriláteros</li> </ul>	<b>7</b>	<b>13</b>
4. Resolver problemas en situaciones variadas que implican el cálculo de la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros.	<b>7-12</b>	<b>14</b>
<b>Unidad 4: Datos y Azar</b>		
1. Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central : <ul style="list-style-type: none"> <li>determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos.</li> <li>determinando la más apropiada de las medidas de tendencia central que entregue resultados y conclusiones.</li> <li>interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación.</li> </ul>	<b>10</b>	<b>17</b>
2. Construir, rotular, e interpretar gráficos circulares para resolver problemas.	<b>8</b>	<b>15</b>
3. Comprender los conceptos de población y muestra.	<b>9</b>	<b>16</b>
4. Identificar situaciones donde es necesario tomar muestras.	<b>9</b>	<b>16</b>
5. Estimar la probabilidad de ocurrencia de eventos, a partir de la identificación de patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios simples <sup>12</sup> en contextos lúdicos.	<b>11</b>	<b>18</b>

<sup>12</sup> Por ejemplo el lanzamiento de monedas o dados.